INSTITUTO INTERAMERICANO DE CIENCIAS AGRICOLAS – OEA

PIADIC - 007
Abril 30, 1976

MANUAL PRACTICO PARA EL ANALISIS DE EXPERIMENTOS DE CAMPO

Dr. Alfredo Carballo Q.

Víctor Quiroga Mag.Sc.
Encargado de la División de Estadística
y Computación del IICA

Curso sobre la Metodología de la Investigación y de la Experimentación Agrícola. Esfuerzo conjunto del PIADIC y de la Oficina del IICA en Nicaragua, Zona Norte. Managua, Nicaragua, mayo 3-11 de 1976.

Apartado 10281
San José, Costa Rica

PIADIC - 007
Abril 30, 1976

MANUAL PRACTICO PARA EL ANALISIS DE EXPERIMENTOS DE CAMPO

Dr. Alfredo Carballo Q.

Víctor Quiroga Mag.Sc.
Encargado de la División de Estadística
y Computación del IICA

Curso sobre la Metodología de la Investigación y de la Experimentación Agrícola. Esfuerzo conjunto del PIADIC y de la Oficina del IICA en Nicaragua, Zona Norte. Managua, Nicaragua, mayo 3-11 de 1976.

000956

CONTENIDO

COMPLETAMENTE ALEATORIO

(Completely Randomized)

Es el más simple de todos los diseños experimentales, ya que no incluye el agrupamiento dé los tratamientos sino que los mismos se distribuyen al azar en el experimento o sea que se asignan al azar a cualquier parcela experimental.

Otra ventaja de este diseño es su flexibilidad en el sentido de que no tiene restricciones en cuanto al número de tratamientos y de repeticiones. El número de repeticiones puede variar de tratamiento a tratamiento (aunque esto no sea recomendable).

El análisis estadístico es muy sencillo aun cuando el número de repeticiones no sea el mismo para todos los tratamientos y el método de análisis sigue siendo sencillo cuando se tienen que omitir o se pierden algunas parcelas experimentales.

La principal desventaja es su precisión que es baja por cuanto no tiene restricciones en cuanto a la ubicación de los tratamientos, por lo que éstos no aparecen en grupos más homogéneos. Como la aleatorización no es restringida en manera alguna, para asegurar que las unidades que reciben un tratamiento son similares a las que reciben otro tratamiento, toda la variación entre las unidades experimentales va a dar al error experimental. Sin embargo, esto es compensado en parte por el mayor número de grados de libertad que se logran para el error, con un mismo número de tratamientos y unidades experimentales. El principal defecto de este diseño es que en el mismo no existe en su estructura, nada que tienda a reducir el error a un mínimo, ejerciendo algún control sobre el mismo.

El diseño, aunque se usa raramente en experimentos de campo porque hay otros casi tan simples y mucho más eficientes, es útil en ensayos preliminares pequeños cuando el material experimental es limitado (poca semilla, etc.), así como en algunos tipos de experimentos en invernadero y laboratorios.

EJEMPLO NUMERICO

Se usará los datos de rendimiento de 2 variedades de cebada: Glabron(X_1) y Velvet (X_2) en bushels por acre. Las variedades fueron plantadas en parcelas, una de cada variedad, en 12 fincas. Esto equivale a probar dos variedades en una localidad con 12 parcelas para cada una y habiendo asignado las 2 variedadesa al azar a 24 parcelas.

Finca N°	X_1	X_2	Total
1	49	42	91
2	47	47	94
3	39	38	77
4	37	32	69
5	46	41	87

6	52	41	93
7	51	45	96
8	57	56	113
9	45	42	87
10	45	39	84
11	48	47	95
12	64	39	103
Suma	580	509	1089
Medias	48.33	42.42	45.38
	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}$ o media general

El diseño sólo permite separar la variabilidad total en dos partes: una "entre variedades" y la otra "dentro de variedades" o sea la debida a la variación entre parcelas de la misma variedad.

Los cálculos comienzan con la SUMA TOTAL DE CUADRADOS para la variación total, la cual se obtiene sumando los cuadrados de los rendimientos individuales de cada una de las 24 parcelas y restándole el FACTOR DE CORRECCION.

Simbólicamente: $SCT = \Sigma(X^2) - FC$. $FC = (\Sigma X)^2/N$, donde $(\Sigma X)^2 = (1089)^2$ y $N=24$. Entonces:

$FC = (1089)^2/24 = 49,413.38$

$SCT = (49)^2+(47)^2+(39)^2+ \ldots. +(47)^2+(39)^2 - 49,413.38 = \underline{1185.62}$

La SUMA DE CUADRADOS ENTRE VARIEDADES se obtiene elevando al cuadrado individualmente los totales para variedades , sumándolos, dividiendo por el número de valores que forman cada total y restando el FC.

Simbólicamente: $SCV = (\Sigma X_1)^2 + (\Sigma X_2)^2/n - FC$; donde $(\Sigma X_1)^2 = (580)^2$, $(\Sigma X_2)^2 = (509)^2$; $n=12$ y $FC=49,413.38$. Entonces:

$SCV = (580)^2+(509)^2/12 - 49,413.38 = \underline{210.04}$

La SUMA DE CUADRADOS DENTRO DE VARIEDADES (error experimental), se obtiene restando la SCV de la SCT o sea : 1185.62 - 210.04= <u>975.58</u>

Los GRADOS DE LIBERTAD (gl) se calculan: Entre variedades = número de variedades (2) menos 1 = 1. Dentro de variedades o error = Total de observaciones (24) menos el número de variedades (2) = 22. Los grados de libertad totales serán Total de observaciones (24) menos 1 = 23.

La Tabla de Análisis de Variancia es como sigue:

Fuente de Variación		gl	SC	CM	F
Entre Variedades	(V-1)	1	210.04	210.04	4.74*
Dentro de Variedades(Error)	(N-V)	22	975.58	44.34	
Total	(N-1)	23	1185.62		

Los Cuadrados Medios (CM) se calculan dividiendo cada Suma de Cuadrados

(SC) por sus correspondientes grados de libertad.

La hipótesis nula (H_o) fue que las dos variedades no diferían significativamente en rendimiento. Para probar esta hipótesis se puede hacer la prueba de "F". El valor tabulado de "F" se busca en la tabla con 1 y 22 grados de libertad y se encuentran dos valores: 4.30 y 7.94. El primero corresponde al nivel del 5% de significación y el segundo al del 1%. El valor calculado de F se obtiene dividiendo el CM mayor entre el CM menor, es decir: 210.04/44.34= 4.74. Al comparar este valor calculado con el tabulado, se ve que está por encima del 5% pero no alcanza el 1%.

Se puede concluir, entonces, que las variedades difieren significativamente en rendimiento al nivel del 5% (de ahí el asterisco a la par de 4.74. Se usarán dos asteriscos para el nivel del 1%).

En consecuencia, la probabilidad de que esta conclusión NO fuese cierta es de 1 en 20 casos (o 5 en 100); o sea que de 100 experimentos conducidos en la misma forma que el presente, la diferencia entre variedades podría ser puramente debida al azar en 5 de ellos.

Esto proporciona un asidero confiable para el experimentador en su rechazo de la Hipótesis Nula y su conclusión de que la diferencia en rendimiento es real y significativa.

BLOQUES COMPLETOS AL AZAR

(Randomized Complete Block)

El diseño más simple en el cual se ejerce control sobre el error es el de Bloques Completos al Azar, nombre que le fue dado por el Profesor R.A.Fisher. El aumento en eficiencia de este diseño en comparación con el Completamente Aleatorio, se debe principalmente al hecho de que las parcelas dentro de un bloque o repetición, tienden a ser más similares que las distribuidas en una área entera de terreno. Este diseño remueve las mayores diferencias en fertilidad del suelo que ocurren entre repeticiones.

El agrupamiento en bloques o repeticiones permite obtener resultados más precisos que los que se obtienen con el diseño anterior. Esta precisión emana de la remoción de la variación ENTRE repeticiones, que es una fuente de variación que no puede removerse si no hay repeticiones compactas.

Este diseño permite usar cualquier número de tratamientos o variedades y cualquier número de repeticiones. Debe considerarse, desde luego, que entre más grandes sean las repeticiones, a causa de la inclusión de un gran número de tratamientos, se corre el riesgo de aumentar la variación DENTRO de las repeticiones, la cual se debe tratar de minimizar en todo momento, pues el diseño no la controla.

El análisis estadístico es sencillo y si se diera el caso en que se tuviera que omitir o que se perdiera una parcela de un tratamiento en una repetición, en dos repeticiones o que se perdiera en todas las repeticiones uno o más tratamientos, no se introduce con ello complicación alguna en el análisis. Cuando se pierde una parcela se puede aplicar la técnica de la parcela perdida, lo que permite utilizar los datos obtenidos. Hay algunos cómputos extra qué hacer y si las parcelas perdidas son muchas, el diseño es menos conveniente.

Bloques Completos al Azar es el diseño de uso más frecuente y el experimentador debe estar seguro de que realmente va a ganar algo con recurrir a diseños más complicados. Talvez cuando los tratamientos pasan de 25 los bloques se agrandan y aumenta la variación dentro de ellos; en cuyo caso valdrá la pena usar otros diseños.

En general es deseable hacer los bloques tan compactos como sea posible y debe recordarse que no es necesario que las repeticiones estén contiguas.

Como se apuntó, la aleatorización se hace de los tratamientos dentro de cada repetición y luego de las repeticiones mismas.

EJEMPLO NUMERICO

Para hacer el análisis estadístico más general, supongamos que tenemos "t" tratamientos (o variedades); "r" repeticiones y que en total tendremos "N" observaciones individuales (pesos por parcelas, etc.), por lo que N= r x t.

Se usará los datos de rendimiento de 5 variedades (t=5) con 3 repeticiones. N=15.

Variedad	Repeticiones			
N°	I	II	III	Totales
1	7.62	8.00	7.93	23.55 (T)

Variedad N°	Repeticiones I	II	III	Totales Tratamientos (T)
1	7.62	8.00	7.93	23.55
2	8.14	8.15	7.87	24.16
3	7.76	7.73	7.74	23.23
4	7.17	7.57	7.80	22.54
5	7.46	7.68	7.21	22.35
Tot. Reps	38.15 (R_1)	39.13 (R_2)	38.55 (R_3)	115.83 Gran Tot.(G)

Los cálculos comienzan con el Factor de Corrección (FC), el cual se obtiene elevando al cuadrado el Gran Total y dividiendo por N=rt.

Simbólicamente: $FC = (G)^2/N$. $FC = (115.83)^2/15 = 894.4393$

La SUMA TOTAL DE CUADRADOS para la variación total se obtiene sumando los cuadrados de los rendimientos individuales de las 15 parcelas y restándole el Factor de Corrección.

Simbólicamente: $SCT = \sum(X^2) - FC$. Entonces,

$SCT = (7.62)^2+(8.14)^2+ \ldots. +(7.80)^2+(7.21)^2 - 894.4393 = \underline{1.1790}$

La SUMA DE CUADRADOS PARA REPETICIONES se obtiene elevando al cuadrado cada uno de los totales de repeticiones, sumándolos, dividiéndolos por el número de observaciones dentro de cada repetición y restando el F.C.

Simbólicamente: $SCR = \sum(R^2)/n - FC$. Cabe anotar que el divisor "n" equivale a "t" o sea el número de tratamientos o variedades. Entonces,

$SCR = (38.15)^2+(39.13)^2+(38.55)^2/5 - 894.4393 = \underline{0.0971}$

La SUMA DE CUADRADOS PARA TRATAMIENTOS se obtiene elevando al cuadrado cada uno de los totales de tratamientos, sumándolos, dividiéndolos por el número de observaciones dentro de cada tratamiento y restando el FC. Nótese que "n" equivale a "r" o sea el número de repeticiones.

Simbólicamente: $SCT = \sum(T^2)/n - FC$. Entonces,

$SCT = (23.55)^2+(24.16)^2+\ldots.+(22.35)^2/3 - 894.4393 = \underline{0.7324}$

SC Error = (SCT - SCR -SCT) = $\underline{0.3495}$

La Tabla de Análisis de Variancia es como sigue:

Fuente de Variación	gl	SC	CM	F
Repeticiones	(r-1) = 2	0.0971		
Tratamientos	(t-1) = 4	0.7324	0.1831	4.19*
Error	(r-1)(t-1) = 8	0.3495	0.0437	
Totales	14	1.1790		

Otros cálculos son la Media general del experimento que es igual a G/N o sea 115.83/15 = 7.72

La desviación estándar que es igual a la raíz cuadrada del cuadrado medio del error o sea $\sqrt{0.0437} = 0.21$.

Finalmente se calcula el Coeficiente de Variación q ue es igual a la desviación estándar por 100 y dividiendo luego por la media general. Es decir, CV = 0.21 x 100 / 7.72 = 2.7%.

Ahora se puede probar la Hipótesis Nula (H_0) de que los tratamientos NO difieren en rendimiento. Para ello se calcula el valor de "F" dividiendo el cuadrado medio para tratamientos por el cuadrado medio para el error. Es decir, 0.1831/0.0437 = 4.19. El valor tabulado de "F" se busca en la tabla de valores de "F" con 4 y 8 grados de libertad. Se encuentra el valor 3.84 para el nivel de 5%. Como el valor calculado excede el valor 3.84 pero no alcanza el del nivel de 1%, se concluye que las variedades difieren significativamente en rendimiento al nivel del 5%.

Pero esta prueba no indica cuál media varietal puede diferir significativamente de otra. Para establecer estas diferencias se han propuesto muchos métodos. Uno de los más corrientemente usados es el de la DIFERENCIA MINIMA SIGNIFICATIVA (DMS). Para la aplicación de este método se requiere de las medias varietales, las cuales se obtienen, en nuestro ejemplo (Pag.5), dividiendo cada total de tratamiento por el número de repeticiones (3). Las medias varietales, arregladas de mayor a menor serían:

Variedad 2	8.05
Variedad 1	7.85
Variedad 3	7.74
Variedad 4	7.51
Variedad 5	7.45

También se requiere el error estándar de la diferencia entre dos medias, el cual simbólicamente se escribe como $\sqrt{2S^2/r}$, donde S^2 es el cuadrado medio del error y "r" el número de repeticiones. Finalmente también se requieren los valores de "t" para los grados de libertad del error: uno para el nivel del 5% y el otro para el del 1%, los cuales se obtienen de la tabla de valores de "t".

Así, $DMS = t_{(.05),(.01)} \times \sqrt{2S^2/r} = t \times S_{\bar{x}}$ 2.

En nuestro ejemplo: t 5%= 2.31; t 1%= 3.36; $S_{\bar{x}} = \sqrt{2(0.0437)/3} = 0.17$
Entonces, los valores de la DMS a usar para las comparaciones entre medias varietales serían (2.31 x 0.17 = 0.3927 para el nivel del 5%) y (3.36 x 0.17 = 0.5712 para el nivel del 1% de significación).

Si la diferencia entre dos medias excede el valor de 0.39 se la declara significativa al nivel del 5% y si excede el de 0.57, al nivel del 1%.

Ahora bien. Esta prueba solamente es aplicable cuando el valor de "F" es significativo. NO es correcto aplicarla a comparaciones entre pares de medias las cuales no han sido planeadas antes de conducir el experimento. Es muy corriente usar la DMS para comparar cualesquiera pares de medias, pero esto es incorrecto. Si las medias individuales se comparan con un mismo testigo o control, entonces el uso de la DMS es correcto.

En nuestro ejemplo y asumiendo que la variedad 5 fuese el testigo o control, se podrían comparar las medias varietales con la media de la variedad 5 para escoger aquellas que difieran significativamente del testigo. Esto se hace restando a cada media varietal la media del testigo y comparando esta diferencia con los valores 0.39 para 5% y 0.57 para 1%.

Por ejemplo: Variedad 2 menos variedad 5 (testigo)= 8.05-7.45= 0.60, este valor excede 0.57 y la diferencia se declara significativa al nivel del 1%. Var. 1 menos Var. 5 = 7.85-7.45= 0.40,este valor apenas excede el de 0.39 y no alcanza el de 0.57, por lo que esta diferencia es significativa al 5%. Var. 3 menos Var. 5= 7.74-7.45= 0.29, este valor no alcanza el del 5% y por lo tanto no es significativo y aquí termina la prueba puesto que los valores de las medias varietales que siguen son menores. De manera que solamente las variedades 2 y 1 difieren del testigo. Como la diferencia entre ellas no parece ser significativa, el experimentador probablemente escoja la 2 como la mejor, si es que agronómicamente y de acuerdo con otras características de sanidad, resistencia al encamado, altura de planta, etc., es superior a la variedad 1. En caso contrario, su escogencia obvia será la variedad 1.

Cuando se desea hacer cualquier combinación posible de comparaciones entre un grupo de medias, la DMS no es aplicable y se debe recurrir entonces a la Prueba de Rango Múltiple de Duncan, que es la más corrientemente usada.

Aplicando este método a nuestro ejemplo tendríamos que calcular, primero, las medias varietales y el error estándar de la media. Las medias varietales ya se tienen y el error estándar de la media se calcula de acuerdo con la fórmula

$$EEM = S_{\bar{X}} = \sqrt{S^2/r} = \sqrt{0.0437/3} = 0.12.$$ Donde S^2 es el cuadrado medio del error y r el número de repeticiones.

Las medias varietales se ordenan de menor a mayor, como sigue

Var. 5	Var. 4	Var. 3	Var. 1	Var. 2
7.45	7.51	7.74	7.85	8.05

En el experimento hay 5 medias; el error estándar de la media es 0.12 y los grados de libertad del error son 8. Para lo que sigue se necesitan tablas de valores llamados "Rangos Studentizados Significativos" para los niveles del 5 y del 1% de significación, los cuales se conocen como "r_p". Las tablas correspondientes se incluyen en el apéndice.

Buscando las líneas correspondientes a 8 grados de libertad en las tablas, se obtienen los valores 3.26, 3.40, 3.48 y 3.52 (2,3,4 y 5 medias) para 5% y 4.75, 4.94, 50.6 y 5.14 para 1%. Cada uno de estos valores se multiplica por el error estándar de la media para obtener los valores (R_p) que serán los que las diferencias entre las medias deben igualar o exceder para alcanzar singificación al 5 o al 1%.

El primer valor R_p será, 3.26 x 0.12= 0.39 (donde 0.12 es el error estándar de la media)para 5%; para 1% será 4.75 x 0.12=0.57. El segundo valor R_p será 3.40x0.12= 0.41 para 5% y 4.94x0.12= 0.59 para 1%, y así suscesivamente.

Tabulando los valores de r_p y R_p se comprenderá mejor la situación.

	p	2	3	4	5
r_p:					
	5%	3.26	3.40	3.48	3.52
	1%	4.75	4.94	5.06	5.14
R_p:					
	5%	0.39	0.40	0.41	0.42
	1%	0.57	0.59	0.61	0.62

Las diferencias entre las medias varietales se prueban en orden, como sigue: la mayor menos la menor; la mayor menos la segunda menor hasta llegar a la mayor menos la segunda mayor; luego se toma la segunda más grande menos la menor; la segunda más grande menos la segunda más pequeña y así suscesivamente hasta llegar a la segunda más pequeña menos la más pequeña. Así:

8.05-7.45= 0.60; 8.05-7.51= 0.54; 8.05-7.74= 0.31 y 8.05-7.85= 0.20

Luego:

7.85-7.45= 0.40; 7.85-7.51= 0.34; 7.85-7.74= 0.11

7.74-7.45= 0.29; 7.74-7.51= 0.23 y, finalmente

7.51-7.45= 0.06.

Ahora se arreglan y se califican las diferencias, de la siguiente manera:

Var.2 - Var.5= 0.60*	Var.1 - Var.5= 0.40	Var.3 - Var.5= 0.29
Var.2 - Var.4= 0.54*	Var.1 - Var.4= 0.34	Var.3 - Var.4= 0.23
Var.2 - Var.3= 0.31	Var.1 - Var.3= 0.11	Var.4 - Var.5= 0.06
Var.2 - Var.1= 0.20		

Los asteriscos, como es costumbre, indican si las diferencias son significativas al nivel de 5%, un asterisco, o al del 1%, dos asteriscos. Si no hay asteriscos siguiendo a las diferencias entre las medias, estas diferencias no son significativas.

De aquí se puede concluir que la Variedad 2 rinde significativamente más que las variedades 5 y 4; que no difiere en rendimiento de las variedades 3 y 1. Sea, que las variedades 1, 2 y 3 no mostraron rendimientos significativamente diferentes entre ellas, al nivel del 5%. El resto de la interpretación de estos resultados es obvio.

Generalmente apenas se encuentra una diferencia que no es significativa, todas las medias que intervienen se agrupan marcándolas con una raya o con letras iguales. Este agrupamiento es a veces útil en la interpretación de resultados.

En este punto es interesante comparar estos resultados, con los obtenidos con los mismos datos, pero usando la DMS en la página 7. Ahí se apuntó que la Variedad 2 comparada con la 5 (que se asumió como testigo) mostraba una diferencia en rendimiento significativa al nivel del 1%. Aunque el nivel de significación varió, de todas maneras el experimentador hubiera escogido la variedad 2. También se apuntó que la Variedad 1 difería de la 5 al nivel del5%. Si se observa los resultados de la prueba de Duncan, se verá que la diferencia entre estas variedades casi alcanza el nivel del 5% (diferencia 0.40, valor requerido 0.41). Y que las Variedades 3 y 5 no difieran en rendimiento, lo confirman ambas pruebas. Ambas pruebas confirman también, que las variedades 1, 2 y 3 no difieran en rendimiento. Como también confirman ambas pruebas, que la variedad 2 sólo difiere significativamente en rendimiento de las variedades 4 y 5.

Estos resultados son los que deciden a muchos experimentadores, cuando trabajan con pruebas varietales de rendimiento, a usar la DMS dentro del grupo de las variedades más rendidoras para identificar las más altas dentro del grupo y luego seleccionar la o las mejores con base en el conjunto de las características agronómicas y de aceptabilidad general, sin recurrir a pruebas de significación que son más elaboradas. Muchos dicen, y con razón, que las buenas serán siempre buenas independientemente de las pruebas de significación que se hagan. Cuando hay un grupo de variedades que no difieren y la escogencia con base en otros atributos se hace muy difícil, el único camino a seguir es probar el grupo de nuevo para asegurarse de que realmente no difieren o en su defecto que sí hay diferencias que al aumentar la precisión del nuevo ensayo (con más repeticiones entre otras medidas) se hacen evidentes.

Para terminar con Bloques Completos al Azar, se verá ahora el cálculo de la parela perdida. Muchas veces se pierden parcelas en el campo o el experimentador decide eliminarlas porque no las considera confiables. Debe recordarse que el o los valores calculados no brindan información, sino que son apenas un medio para completar el análisis de variancia.

Se ilustrará primero el caso de UNA parcela perdida. Usando los datos de la página 5, supongamos que la parcela correspondiente a la variedad 3 en la primera repetición (7.76) se perdió. La fórmula para el cálculo del rendimiento de esta parcela es:

$X = tT + rR - G / (t-1)(r-1)$, donde X será el rendimiento estimado para la parcela perdida; t el número de tratamientos o variedades; r el número de repeticiones; T es el total de los rendimientos conocidos de la variedad con la parcela perdida; R es el total de los rendimientos conocidos de la repetición con la parcela perdida y G es el rendimiento total del experimento con la parcela perdida. Es decir que la parcela perdida tiene hasta aquí un valor de 0.

En nuestro ejemplo: t=5; r=3; T=15.47 o sea 23.23 menos 7.76 que es la parcela perdida; R=38.15 menos 7.76= 30.39; G= 115.83 menos 7.76=108.07.

Sustituyendo estos valores en la fórmula se tiene:

$$X = 5(15.47) + 3(30.39) - 108.07 / (5-1)(3-1) = \underline{7.56}$$

Este valor se usa entonces para los cálculos necesarios al análisis de variancia. DEBE RECORDARSE QUE DEBE RESTARSE UN GRADO DE LIBERTAD AL ERROR por cada rendimiento calculado. En este caso el error quedaría con 7 grados de libertad.

En lo que sigue se ilustrará el método a seguir cuando se pierden dos o más parcelas. De nuevo recurrimos a los datos de la página 5 y asumimos que se perdió la parcela correspondiente a la variedad 3 en la primera repetición; la parcela correspondiente a la variedad 1 en la segunda repetición y la parcela correspondiente a la variedad 5 en la tercera repetición. Sea que los valores 7.76, 8.00 y 7.21 no existen.

El procedimiento es interpolar el rendimiento de una parcela cada vez. De manera que los de las otras dos deben asumirse. Se usa la misma fórmula que aparece en la página 9. Supongamos que se va a calcular primero el rendimiento de la Var. 3 en la primera repetición. Hay que insertar entonces valores en las otras dos parcelas perdidas asi:

Para la parcela Var, 1 en la segunda repetición, se toma el total conocido de rendimiento para esa variedad (23.55-8.00= 15.55) y se divide entre dos, pata tener entonces un valor de 7.78.

Para la parcela Var. 5 en la tercera repetición se hace la misma operación, obteniendo un valor de 7.57. Usando estos valores tendremos que t=5; r=3; T= 15.47 o sea 23.23 menos 7.76; R= 30.39 o sea 38.15 menos 7.76; y G será 115.83 menos 7.76+8.00+7.21 (las tres parcelas perdidas) = 92.86; luego a este total hay que sumarle los dos valores asumidos de 7.78 y 7.57, con lo que G= 108.21.

Con estos valores en la fórmula, se calcula la primera aproximación al valor de la primera parcela perdida:

X = 5(15.47) + 3(30.39) - 108.21/8 = <u>7.54</u>

Ahora se procede a insertar este valor en su lugar correspondiente, se remueve el valor 7.78 de los cálculos para estimar ahora una aproximación para la parcela Var. 1 en la segunda repetición. Los valores para aplicar la fórmula serán ahora t=5; r=3; T = 15.55 o sea 23.55 menos 8; R = 31.13 o sea 39.13 menos 8.00; y G será 115.83 menos 7.76+8.00+7.21 = 92.86 más 7.54 (valor calculado como primera aproximación para var.3) más 7.57 valor asumido para la variedad 5, con lo que G= 107.97.

Con estos valores se calcula la primera aproximación para la parcela correspondiente a la Var. 1 segunda repetición, asi:

X = 5(15.55) + 3(31.13) - 107.97/8 = <u>7.90</u>

Se inserta este valor, se remueve de los cálculos 7.57 para estimar entonces la parcela Var. 5 en la tercera repetición. Los valores serán ahora: t=5; r=3; T = 15.14 o sea 22.35 menos 7.21; R = 31.34 o sea 38.55 menos 7.21; y G será 115.83 menos 7.76+8.00+7.21 = 92.86 más 7.54 (primera aproximación para Var. 3) más 7.90 (primera aproximación para Var. 1) con lo que G = 108.30.

Con estos valores se calcula la primera aproximación para la parcela correspondiente a la Var. 5 tercera repetición, asi:

X =5(15.14) + 3(31.34) -108.30/8 = <u>7.68</u>

Mediante el mismo procedimiento de calcula la segunda aproximación para la Var. 3, eliminando su primer valor de aproximación (7.54) y usando los calculados para las Vars. 1 y 5 (7.90 y 7.68) para los cálculos. Se entiende que hay que computar losvalores de T, R y G cada vez. U sando los de las variedades 3 y 5 (7.54 y 7.68) se calcula la segunda aproximación para la variedad 1 y los de las Vars. 1 y 3 (7.90 y 7.54) para el cálculo de la Var. 5.

Estos valores aproximados se usan en la misma forma para calcular los valores de la tercera aproximación. Si ésto se hace se obtendrán los siguientes valores:

Var.	Aproximaciones		
	I	II	III
3	7.54	7.51	7.51
1	7.90	7.88	7.89
5	7.68	7.68	7.68

y aquí se detiene el cálculo pues las aproximaciones II y III dan valores prácticamente iguales. Si no fuera así, se procederá a la cuarta aproximación y así hasta que los valores sean iguales.

Con estos valores se procede al análisis de variancia, RESTANDO TRES GRADOS DE LIBERTAD AL ERROR (uno por CADA parcela perdida y calculada). Cabe anotar que el ejemplo usado lo ha sido solamente como ilustración, ya que como experimento es de una precisión dudosa debido al reducido número de grados de libertad del error. Generalmente se asume que menos de 12 a 15 grados de libertad del error, riden experimentos poco precisos. Es conveniente usar variedades de "relleno" o aumentar el número de repeticiones, o ambas cosas, para allegar un número adecuado de grados de libertad al error. Así, y siempre con el ejemplo, usando 3 repeticiones y 5 variedades de relleno, se tendrían 2 gl. para repeticiones; 9 gl. para variedades o tratamientos y 18 gl. para el error, para un total de 29 gl., con lo que la precisión aumenta condierablemente , aun reduciendo 3 grados de libertad por las parcelas perdidas.

El por qué se asevera que todos los métodos de ajuste por parcelas perdidas son muy inexactos, se puede comprobar en el ejemplo comparando los valores reales asumidos como perdidos y los calculados. De ahí que se insista en el cuidado y protección de las parcelas experimentales y recurrir a la parcela perdida solamente como un medio de poder hacer el análisis de variancia y no como una labor de rutina.

CUADRADO LATINO

(Latin Square)

En comparación con el diseño en Bloques Completos al azar, el diseño en Cuadrado Latino generalmente reducirá más efectivamente la influencia de la heterogeneidad del suelo. Sinembargo, es menos flexible ya que el número de repeticiones tiene que ser igual al de tratamientos o variedades y hay entonces un exceso de repeticiones cuando se compara un gran número de variables. También, la estimación de los valores o parcelas perdias es más complicado.

EJEMPLO NUMERICO

Los datos corresponden a 5 tratamientos (variedades,etc.) que fueron probados en un experimento de campo de acuerdo con el siguiente plan:

		Columna				
H		1	2	3	4	5
i	1	B	D	E	A	C
l	2	C	A	B	E	D
e	3	D	C	A	B	E
r	4	E	B	C	D	A
a	5	A	E	D	C	B

Los rendimientos por parcela aparecen en el cuadro siguiente, donde los datos corresponden a la posición de los tratamientos y las parcelas en el plan arriba.

		Columna					Total	Total	Media
		1	2	3	4	5	Hilera	Tratamiento	Tratamiento
	1	4.9	6.4	3.3	9.5	11.8	35.9	(A) 34.2	6.84
	2	9.3	4.0	6.2	5.1	5.4	30.0	(B) 32.3	6.46
Hilera	3	7.6	15.4	6.5	6.0	4.6	40.1	(C) 65.6	13.12
	4	5.3	7.6	13.2	8.6	4.9	39.6	(D) 39.8	7.96
	5	9.3	6.3	11.8	15.9	7.6	50.9	(E) 24.6	4.92
Tot. Hil.		36.4	39.7	41.0	45.1	34.3	196.5	196.5	

El Factor de Corrección se calcula:

FC$=(196.5)^2/ 25 =$ <u>1544.49</u>

La Suma de Cuadrados Totales, SCT $= (4.9)^2+(9.3)^2+....+(4.9)^2+(7.6)^2 -$ FC$=$ 1829.83 - 1544.49 = <u>285.34</u>

La suma de Cuadradòs para Hileras, SCH $= (35.9)^2+....+(50.9)^2 /5 -$ FC$=$ 1591.16 - 1544.49 = <u>46.67</u>

La Suma de Cuadrados para Columnas, SCC $= (36.4)^2+....+(34.3)^2/5 -$ FC $=$ 1558.51 - 1544.49 = <u>14.02</u>

La Suma de Cuadrados para Tratamientos, SCT $= (34.2)^2+....+(24.6)^2/5 -$ FC $=$ 1741.10 - 1544.49 = <u>196.61</u>.

La Suma de Cuadrados para el Error, SCE = 285.34-46.67-14.02-196.61 = 28.04

Entonces, el análisis de varianza es:

Fuente de Variación		gl	SC	CM	F
Hileras	(h-1)	4	46.67	11.67	4.99
Columnas	(c-1)	4	14.02	3.505	1.50
Tratamientos	(t-1)	4	196.61	49.15	21.00**
Error	(t-1)(r-2)	12	28.04	2.337	
Total		24	285.34		

Dado que el valor de F calculado (49.15/2.34=21.00) es mayor que el de F tabulado para 4 y 12 grados de libertad (3.26 para el 5% y 5.41 para el 1%), se concluye que la diferencia entre tratamientos es significativa al nivel del 1%.

Las comparaciones entre las medias individuales de tratamientos se hace de acuerdo con Duncan, como se ilustró para el caso de Bloques Completos al Azar. Para ello se necesita el Error Estándar de la Media, EEM=$S_{\bar{X}} = \sqrt{2.34/5} = 0.69$ y los valores de r_p de las tablas, los que multiplicados individualmente por 0.69 dan los valores R_p.

p:	2	3	4	5
r_p:				
5%	3.08	3.23	3.31	3.37
1%	4.32	4.50	4.62	4.71
R_p:				
5%	2.13	2.23	2.28	2.33
1%	2.98	3.11	3.19	3.25

Las medias de los tratamientos en orden de magnitud de izquierda a derecha son:

E	B	A	D	C
4.92	6.46	6.84	7.96	13.12

Todas las diferencias posibles son como sigue:

C-E = 8.20**	D - E = 3.04*	A-E = 1.92	B-E = 1.54
C-B = 6.66**	D-B = 1.50	A-B = 0.38	
C-A = 6.28**	D-A = 1.12		
C-D = 5.16**			

Se concluye que la variedad o el tratamiento C difiere al nivel del 1% de los tratamientos A, B, D y E. El tratamiento D difiere al nivel del 5% del tratamiento E.Pero esta última comparación no tiene realmente uso práctico. Generalmente se usa una línea contínua enlazando los tratamientos que no difieren al

nivel del 5%, así:

E B A D C

Parcela (s) perdida (s)

El procedimiento es idéntico al seguido con Bloques Completos al Azar, excepto por la fórmula que es diferente.

Una parcela perdida. La fórmula es:

$$X = t(Tr + Tc + Tt) - 2G / (t-1)(t-2)$$

donde:

X= el valor que se desea calcular
t= el número de variedades o tratamientos
Tr= rendimiento CONOCIDO de la hilera que contiene el valor faltante;
Tc= rendimiento CONOCIDO de la columna que contiene el valor faltante;
Tt= rendimiento conocido del tratamiento o variedad que contiene el valor faltante; y
G= rendimiento TOTAL de todas las parcelas cuyos datos se conocen.

Dos o más parcelas perdidas. En este caso se hace uso de una extensión del método para la estimación de una parcela perdida; lo que incluye una repetida aplicación de la fórmula anterior. Se hacen aproximaciones hasta que no ocurran cambios en los valores estimados, al igual que se hizo en el caso de Bloques completos al Azar.

También en este caso se RESTA UN GRADO DE LIBERTAD AL ERROR, POR CADA VALOR CALCULADO.

DISEÑOS LATICE

CONSTRUCCION Y ANALISIS

Diseños tales como Cuadrado Latino y Bloques Completos al Azar son muy eficientes cuando el número de variedades o tratamientos es relativamente pequeño. Conforme aumenta el número de variedades los mismos pierden eficiencia, debido a que no permiten la eliminación de los efectos de la heterogeneidad del suelo. El Cuadrado Latino se vuelve impráctico para más de 5 a 8 tratamientos y el arreglo de los mismos se vuelve muy molesto por las restricciones mismas del diseño, de que una variedad sólo deberá aparecer una vez en la misma columna o hilera.

Los látices constituyen un grupo llamado de diseños en bloques incompletos, que son más eficientes que los diseños en bloques completos cuando existen desigualdades apreciables en fertilidad DENTRO de las repeticiones. Tienen como característica común la de que un bloque contiene menos variedades que el número total a comparar y por eso se les llama bloques incompletos.

En lo que sigue se ilustrarán los diseños Látice Simple y Látice Triple, con y sin repeticiones del diseño básico. Son los más útiles para experimentos de campo y en programas de selección como Mazorca por Hilera Modificado en que es muy útil el Látice Triple.

Látice Simple

En este diseño el número de variedades o tratamientos debe ser un cuadrado perfecto. Como ilustración se usará un Látice Simple 5 x 5 o sea con 25 variedades.

Las variedades se numeran de 1 a 25 y se arreglan en un cuadrado como sigue:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Se arreglan luego en bloques incompletos conteniendo cada uno 5 variedades. Hay 2 grupos de tales bloques, arreglados de tal manera que los bloques de un grupo cruzan los del otro grupo. En un grupo, llamado "X", las variedades que aparecen juntas en una hilera del cuadrado de arriba, se colocan en un bloque. En el grupo llamado "Y", las variedades que aparecen juntas en las columnas del cuadrado, forman los bloques. Habrá, por lo tanto, k=5 bloques en cada grupo y cada bloque contendrá k=5 variedades. El número de variedades puede ser cualquier cuadrado perfecto incluyendo 36, 100 y 144.

El arreglo básico sería el siguiente:

Bloque	Grupo X					Bloque	Grupo Y				
(a)	1	2	3	4	5	(a)	1	6	11	16	21
(b)	6	7	8	9	10	(b)	2	7	12	17	22
(c)	11	12	13	14	15	(c)	3	8	13	18	23
(d)	16	17	18	19	20	(d)	4	9	14	19	24
(e)	21	22	23	24	25	(e)	5	10	15	20	25

Para los planes de siembra se sortearán las variedades DENTRO de los bloques; los bloques DENTRO de cada grupo y luego los grupos mismos. Un arreglo al azar podría ser:

Bloque	Grupo X					Bloque	Grupo Y				
(1)(c)	15	14	11	12	13	(1)(d)	24	4	19	14	9
(2)(a)	4	3	1	5	2	(2)(b)	2	17	12	22	7
(3)(b)	9	7	10	6	8	(3)(e)	10	5	25	15	20
(4)(d)	17	20	16	18	19	(4)(c)	18	23	8	13	3
(5)(e)	22	25	21	23	24	(5)(a)	1	21	16	11	6

Se nota que el bloque (c) en el Grupo X viene a ser el primero puramente al azar al sortear los bloques y también que contiene las mismas variedades que el bloque (c) en el arreglo básico, pero distribuidas al azar. Estos grupos X y Y pueden repetirse "p" veces (p siendo siempre un múltiplo de 2), pero cada repetición exige una aleatorización o sorteo por separado. Los 5 bloques del Grupo X deberían mantenerse juntos como una repetición distinta en el campo, al igual que los 5 bloques del Grupo Y. Agrupando los bloques de esta manera las comparaciones entre bloques son más precisas y los resultados pueden analizarse como Bloques Completos al Azar, lo que da más flexibilidad.

Planes de Siembra

Una vez que se han arreglado los grupos X y Y en la forma expuesta, es conveniente adjudicar los NUMEROS DE PARCELA a los números varietales, que son los que aparecen en lo arreglos finales arriba. Se comenzará por la primera variedad en el primer bloque del Grupo X y se numerará hacia la derecha y en la dirección de los bloques. Comenzando la númeración con 1 y si se usaran solamente 2 repeticiones (un Grupo X y uno Y), los planes de siembra quedarían asi:

Bloque	Grupo X					Bloque	Grupo Y				
(1)	(1) 15	(2) 14	(3) 11	(4) 12	(5) 13	(1)	(26) 24	(27) 4	(28) 19	(29) 14	(30) 9
(2)	(6) 4	(7) 3	(8) 1	(9) 5	(10) 2	(2)	(31) 2	(32) 17	(33) 12	(34) 22	(35) 7
(3)	(11) 9	(12) 7	(13) 10	(14) 6	(15) 8	(3)	(36) 10	(37) 5	(38) 25	(39) 15	(40) 20
(4)	(16) 17	(17) 20	(18) 16	(19) 18	(20) 19	(4)	(41) 18	(42) 23	(43) 8	(44) 13	(45) 3
(5)	(21) 22	(22) 25	(23) 21	(24) 23	(25) 24	(5)	(46) 1	(47) 21	(48) 16	(49) 11	(50) 6

donde los números de PARCELA aparecen entre paréntesis.

Para lograr la máxima eficiencia del análisis como látice, <u>los bloques</u> deberán ser lo más cuadrados posible; para mayor eficiencia como Bloques Completos al Azar, <u>las repeticiones</u> deberán ser lo más cuadradas posible. No es siempre fácil llegar a un arreglo que permita ambas alternativas; pero es posible llegar a arreglos muy convenientes tomando en cuenta el tamaño de las parcelas. JAMAS se deberá cortar los bloques incompletos.

<u>Ejemplo Numérico</u>

En el Cuadro 1 se presentan los rendimientos de 25 variedades de maíz en un experimento látice simple 5x5, con 4 repeticiones o sea 2 grupos X y 2 grupos Y o una duplicación del diseño básico (p=2). Estos datos se usarán para ilustrar el análisis cuando solamente se usa el plan básico (X y Y) y cuando se usan repeticiones de este plan. Se usará 4 repeticiones, pero el análisis será idéntico cuando se usen 6 o más pares de repeticiones.

Aquí: n = número de grupos en el diseño básico = 2
p = número de veces que se repite el diseño básico = 1 ó 2
np = número de repeticiones en el experimento = 2 ó 4.

<u>CUADRO 1</u>

Bloque	Repetición I (Grupo X)					Total Bloques	
(c)	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>11</u>		
	27.6	25.2	22.8	24.5	24.4	124.5	
(a)	<u>5</u>	<u>2</u>	<u>4</u>	<u>1</u>	<u>3</u>		
	21.2	24.1	24.5	19.5	24.0	113.3	
(b)	<u>10</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>9</u>		
	28.2	28.9	26.4	27.3	25.6	136.4	
(d)	<u>16</u>	<u>20</u>	<u>19</u>	<u>17</u>	<u>18</u>		
	29.4	23.3	24.3	25.7	28.1	130.8	
(e)	<u>23</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>24</u>	<u>25</u>		
	25.0	24.1	24.3	25.7	23.9	<u>123.0</u>	Rep. Tot. 628.0

CUADRO 1 Continuación.

Bloque	Repetición II (Grupo X)					Total Bloques
(a)	1 26.4	5 32.2	3 34.9	2 27.1	4 27.8	148.4
(e)	25 32.1	21 32.7	24 33.0	23 32.5	22 35.8	166.1
(d)	19 34.0	18 36.6	16 36.6	20 30.6	17 36.6	174.4
(b)	9 34.1	10 30.9	8 29.7	7 29.7	6 29.3	153.7
(c)	12 29.0	15 34.5	11 28.9	14 34.4	13 30.3	157.1
Rep. Tot.						799.7

Bloque	Repetición III (Grupo Y)					Total Bloques
(h)	13 28.1	3 25.2	23 26.2	8 27.7	18 27.7	134.9
(g)	2 25.6	12 28.9	7 28.9	22 29.3	17 30.0	142.7
(j)	20 24.4	25 22.3	15 26.6	5 25.7	10 26.6	125.6
(f)	6 29.5	21 24.4	1 20.0	16 25.0	11 24.8	123.7
(i)	14 36.4	24 33.6	19 33.1	9 33.8	4 30.4	167.3
Rep. Tot.						694.2

CUADRO 1 Continuación.

Bloque	Repetición IV (Grupo Y)					Total Bloques
(i)	14 35.5	24 25.4	19 37.4	4 30.0	9 33.3	161.6
(g)	2 34.5	12 35.6	17 36.8	22 26.6	7 39.2	172.7
(h)	3 31.8	18 36.4	13 33.9	23 34.5	8 35.7	172.3
(f)	6 30.9	16 38.2	21 32.0	11 34.8	1 28.3	164.2
(j)	25 35.9	15 34.4	5 32.9	10 34.7	20 29.4	167.3
Rep.Tot.						838.1

Para ilustrar el análisis cuando se usa el diseño básico o sea un Grupo X y un Grupo Y, se usarán las Repeticiones I y III. Luego se usarán las Repeticiones II y IV para ilustrar el procedimiento cuando se repite el plan básico.

Sumando los rendimientos de cada variedad sobre las 2 repeticiones se prepara el Cuadro 2.

CUADRO 2 Totales para variedades

					Total Hileras
1 39.5	2 49.7	3 49.2	4 54.9	5 46.9	240.2
6 56.8	7 55.3	8 56.6	9 59.4	10 54.8	282.9
11 49.2	12 51.7	13 52.6	14 61.6	15 54.2	269.3
16 54.4	17 55.7	18 55.8	19 57.4	20 47.7	271.0
21 48.5	22 53.6	23 51.2	24 59.3	25 46.2	258.8
Total Columnas					
248.4	266.0	265.4	292.6	249.8	1322.2

Los cálculos para el análisis de variancia son los siguientes:

Factor de Corrección , FC = (Rep.Tot.I + Rep.Tot.III)^2/ 50 =

$$(628.0 + 694.2)^2 / 50 = \underline{34,964.26}$$

Suma Total de Cuadrados, SCT = $(27.6)^2+\ldots+(23.9)^2+(28.1)^2+\ldots+(30.4)^2$ -FC =

SCT = 558.62

Suma de Cuadrados de Repeticiones, SCR = $(628.0)^2+(694.2)^2/25$ - FC = 87.65

Suma de Cuadrados para Variedades (Ignorando bloques), SCV , (CUADRO 2)

SCV = $(39.5)^2+(49.7)^2+....+(59.3)^2+(46.2)^2/\ 2$ - FC = 295.49

Los divisores son: rk^2, k^2 y r, para FC, SCR y SCV, respectivamente.

Suma de Cuadrados para Bloques (eliminando variedades), la cual es equivalente al Componente (b), se computa usando los valores rkc_x y rkc_y que se calculan como sigue:

(1) rkc_x = Total Columna Grupo Y - Total Hilera Grupo X , o también

(2) rkc_x = Total hilera Cuadro 2 - 2(Total hilera Grupo X).

(1) rkc_y = Total Columna Grupo X - Total Hilera Grupo Y, o también

(2) rkc_y = Total Columna Cuadro 2 - 2(Total Hilera Grupo Y).

Aquí se usará el método (2) para calcular estos valores.

rkc_x (CUADRO 2)	(Rep. I)		rkc_y (CUADRO 2)	(Rep. III)	
240.2	- (2)(113.3)	= 13.6	248.4	- (2)(123.7)	= 1.0
282.9	- (2)(136.4)	= 10.1	266.0	- (2)(142.7)	= -19.4
269.3	- (2)(124.5)	= 20.3	265.4	- (2)(134.9)	= - 4.4
271.0	- (2)(130.8)	= 9.4	292.6	- (2)(167.3)	= -42.0
258.8	- (2)(123.0)	= 12.8	249.8	- (2)(125.6)	= - 1.4
		66.2			-66.2

La suma de los totales de los valores rkc_x y rkc_y debe ser SIEMPRE cero.

La suma de cuadrados de las desviaciones dentro de los grupos rkc_x y rkc_y representan un estimado de la variancia entre bloques (eliminando variedades), la cual es el Componente (b). Nótese que para el cálculo de los valores rkc_x y rkc_y se toman las hileras y columnas que contienen las mismas variedades, para obtener las diferencias o desviaciones, "r" y "k" siendo el número de repeticiones y el de parcelas por bloque, respectivamente.

SC Bloques (eliminando variedades) = Componente (b) =

= $(13.6)^2+(10.1)^2+....+(-42.0)^2+(-1.4)^2/\ 10 - (66.2)^2+(-66.2)^2/50$ = 136.09

Los divisores son rk=10 y rk^2= 50.

ANALISIS DE VARIANCIA COMO LATICE

Fuente de Variación	gl	SC	CM
Repeticiones	(r-1) 1	87.65	
Variedades(Ign.Bloq)	(k^2-1) 24	295.49	12.31
Bloques (Elim.Vars)	r(k-1) 8	136.09	17.01 (B)
Error Intra-bloque	(k-1)(rk-k-1) 16	39.39	2.46 (E)
Total	(rk^2-1) 49	558.62	

Nótese los valores 17.01 y 2.46 seguidos de (B) y (E), respectivamente.

Como Bloques Completos al Azar el análisis de Variancia será:

Fuente de Variación		gl	SC	CM	F
Repeticiones	(r-1)	1	87.65		
Variedades	(k^2-1)	24	295.49	12.31	1.68
Error	$(k^2-1)(r-1)$	24	175.48	7.31	
Total		49	558.62		

En al análisis como Bloques Completos al Azar la suma de cuadrados y grados de libertad del error son la suma de la suma de cuadrados y grados de libertad de bloques y error intra-bloque (136.09+39.39= 175.48; 8+16=24)

La prueba de F da un valor no significativo, pero esta es una prueba poco sensitiva ya que se basa en los promedios varietales sin ajustar o sea afectados por las diferencias en fertilidad de los bloques. Más adelante se ilustrará el cómputo de la prueba precisa de F.

Ajuste de las Medias Varietales

Si (B) es MENOR O IGUAL a (E), ver análisis como látice, significa que no es necesario hacer ajustes por efectos de bloques y las medias calculadas dividiendo cada valor en el CUADRO 2 por 2 (número de repeticiones), son verdaderas medias libres de los efectos de bloques.

En el método de análisis que se presenta, las medias varietales se calculan usando las variancias ENTRE y DENTRO de los bloques. Al recuperar la información entre bloques se pueden obtener mejores estimados de las medias varietales usando ponderaciones C_x y C_y para obtener c'_x y c'_y . Estas correcciones se suman a los promedios varietales (CUADRO 3) para obtener las medias varietales libres de los efectos de bloques.

CUADRO 3 Rendimientos promedio, sin ajustar y valores de c'_x y c'_y

	1	2	3	4	5	c'_x
	19.75	24.85	24.60	27.45	23.45	1.16
	6	7	8	9	10	
	28.40	27.65	28.30	29.70	27.40	0.86
	11	12	13	14	15	
	24.60	25.85	26.30	30.80	27.10	1.74
	16	17	18	19	20	
	27.20	27.85	27.90	28.70	23.85	0.80
	21	22	23	24	25	
	24.25	26.80	25.60	29.65	23.10	1.09
c'_y	0.08	-1.66	-0.38	-3.59	-0.12	

Para el cálculo de los valores de c'_x y c'_y se requieren las siguientes operaciones. Primero calcular un factor de ponderación conocido como

$$\frac{w - w'}{w + w'}$$, donde, en este ejemplo:

$w = 1/E$ y $w' = 1/(2B-E)$, donde E y B son el cuadrado medio del error intrabloque y el cuadrado medio de bloques (eliminando variedades), respectivamente. Entonces,

$w = 1/2.46 = 0.406504$; $w' = 1/(2)(17.01)-(2.46 = 0.031686$;

$w+w' = 0.438190$; $w-w' = 0.374818$; $\frac{w - w'}{w + w'} = 0.855378$

Cada uno de los valores de rkc_x y rkc_y, calculados anteriormente, se multiplican por el factor de ponderación para obtener las correcciones c'_x y c'_y

$$c'_x = \left[w - w' / rk(w + w')\right] (rkc_x) = 0.085538\ rkc_x$$

$$c'_y = \left[w - w'/ rk(w + w')\right] (rkc_y) = 0.085538\ rkc_y$$

Nótese que los coeficientes de rkc_x y rkc_y son idénticos. La diferencia está en su uso para ajustar las medias varietales.

El primer valor de c'_x se obtiene multiplicando el primer valor rkc_x por el coeficiente 0.085538; (13.6)(0.085538) = 1.16 y así se calculan los restantes valores de c'_x. Los valores c'_y se obtienen multiplicando los valores rkc_y por el coeficiente 0.085538.

Estos valores aparecen al márgen derecho (c'_x) y abajo del CUADRO 3.

Las medias varietales del CUADRO 3 se ajustan sumando algebraicamente a cada una,los factores de corrección de la hilera y la columna donde aparece la media en cuestión. Por ejemplo, la Variedad 1 ajustada = 19.75 +1.16+0.08= 20.99; Variedad 2 ajustada = 24.85+1.16-1.66= 24.35, etc.

CUADRO 4 Medias varietales ajustadas

1	2	3	4	5
20.99	24.35	25.38	25.02	24.49
6	7	8	9	10
29.34	26.85	28.78	26.97	28.14
11	12	13	14	15
26.42	25.93	27.66	28.95	28.72
16	17	18	19	20
28.08	26.99	28.32	25.91	24.53
21	22	23	24	25
25.42	26.23	26,31	27.15	24.07

Para probar las diferencias entre dos medias varietales ajustadas, se hace uso de la prueba de "t", pudiendo emplearse 3 errores estándar diferentes.

Para 2 variedades que aparecen en el MISMO bloque, tales como 1 y 2, 2 y 7, etc.(CUADRO 1) el error estándar es:

$$s_d = \sqrt{\frac{2E}{rk}\left[\frac{2w}{w + w'} + (k-1)\right]} = \sqrt{\frac{(2)(2.46)}{(2)(5)}\left[\frac{(2)(0.406504)}{(0.438190)} + (5-1)\right]} = \underline{1.70}$$

Para 2 variedades que se encuentran en bloques DIFERENTES tales como 1 y 7, 2 y 19, etc., el error estándar es:

$$s_d = \sqrt{\frac{2E}{}\left[\frac{4w}{w + w'} + (k-2)\right]} = \sqrt{\frac{(2)(2.46)}{(2)(5)}\left[\frac{(4)\ (0.406504)}{(0.438190)} + (5-2)\right]} = \underline{1.82}$$

Para propósitos prácticos puede usarse un error estándar promedio para comparar dos medias cualesquiera, sin incurrir en errores apreciables:

$$s_d = \sqrt{\frac{2E}{r(k-1)}\left[\frac{4w}{w+w'} + (k-1)\right]} = \sqrt{\frac{(2)\ (2.46)}{(2)(6)}\left[\frac{(4)\ (0.406504)}{(0.438190)} + (4)\right]} = \underline{1.78}$$

Como ejemplo se probará la significación de la diferencia entre las variedades 1 y 7. Tomando las medias de estas variedades del CUADRO 4, la diferencia será: 26.85 - 20.99 = 5.86.

En la Tabla para valores de "t" con 16 grados de libertad del error, se encuentran los valores 2.12 para 5% y 2.92 para 1%.

La prueba de t sería, $\dfrac{X_1 - X_2}{S_d} = \dfrac{5.86}{1.78} = \underline{3.29}$

Como el valor calculado, 3.29, excede el valor para el nivel de 1% de significación, se concluye que estas dos variedades difieren en rendimiento. De esta manera pueden probarse las diferencias entre todos los pares de medias del experimento.

Prueba Precisa de "F"

Cuando el valor de "F" obtenido del análisis de variancia como Bloques Completos al Azar no es significativa, pero en el análisis como látice (B) es MAYOR que (E), se sugiere hacer una prueba precisa de significación.

La cantidad que habrá que RESTAR a la suma de cuadrados para Variedades (sin ajustar) será:

$-u\left[\left(1 + \dfrac{w'}{w} \right) B_u - B_a \right]$; donde $u = (w-w')/(w+w')$; B_u es la suma de cuadrados para bloques (sin ajustar) dentro de repeticiones y B_a es la suma de cuadrados para el Componente (b). El signo - (menos) indica que esta cantidad debe RESTARSE ALGEIBRAICAMENTE SIEMPRE, de manera que valores negativos serían sumados. Con excepción de B_u todos los otros valores en la fórmula han sido ya calculados.

B_u se calcula a partir del CUADRO 1, como sigue:

$$B_u = \underbrace{\left[\frac{(124.5)^2 + \ldots + (123.0)^2}{5} - \frac{(628.0)^2}{25} \right]}_{\text{(Rep. I)}} + \underbrace{\left[\frac{(134.9)^2 + \ldots + (167.3)^2}{5} - \frac{(694.2)^2}{25} \right]}_{\text{(Rep. II)}}$$

$= \underline{309.56}$

De los cálculos anteriores:

$w = 0.406504$; $w' = 0.031686$; $(w+w') = 0.438190$; $(w-w') = 0.374818$;

$w - w' / w + w' = 0.855378$; $B_a = 136.09$ y $B_u = 309.56$.

Sustituyendo en la fórmula arriba:

$-0.855378 \left[\left(1 + \dfrac{0.031686}{0.406504} \right) 309.56 - 136.09 \right] = \underline{159.96}$ que es la cantidad que hay que restar a la suma de cuadrados para Variedades o sea, 295.49* - 159.96

$= \underline{135.53}$ que será la suma de cuadrados para variedades (ajustada) y la prueba de F se completa.

	gl	SC	CM	F
Variedades	24	135.53	5.65	2.30*
Error Intra-bloque	16	39.39	2.46	

Este valor de F es significativo al nivel del 5% y puede notarse que difiere considerablemente del obtenido con anterioridad (1.68), lo que sucede cuando el ajuste de la suma de cuadrados para variedades, por los efectos de los bloques incompletos, resulta en un aumento sustancial de la precisión. O sea, que al recuperar la variancia ENTRE bloques y reducir el tamaño del bloque de 25 parcelas que sería en Bloques Completos al Azar a 5 en este caso, resulta en un aumento en eficiencia del diseño látice sobre el BCA

ANALISIS ESTADISTICO PARA REPETICIONES DEL DISEÑO BASICO

Haciendo uso de los datos del CUADRO 1, se trabajrá en detalle el análisis de los datos usando dos repeticiones del diseño básico o sea 2 Grupos X (Repeticiones 1 y 2) y 2 Grupos Y (Repeticiones 3 y 4). De nuevo aquí, n = número de grupos en el diseño básico; p = número de veces que se repite el diseño básico y r= número de repeticiones en el experimento.

Se procede primero a preparar el CUADRO 5, sumando el rendimiento de cada variedad sobre las 4 repeticiones.

CUADRO 5 Totales Varietales

					Totales Hileras
1 94.2	2 111.3	3 115.9	4 112.7	5 112.0	546.1
6 117.0	7 124.2	8 122.0	9 126.8	10 120.4	610.4
11 112.9	12 116.3	13 116.8	14 131.5	15 123.1	600.6
16 129.2	17 129.1	18 128.8	19 128.8	20 107.7	623.6
21 113.2	22 116.0	23 118.2	24 117.7	25 114.2	579.3
Total Columnas					
566.5	596.9	601.7	617.5	577.4	2960.0

Análisis de los datos

FC = $(2960.0)^2/100$ = 87,616.00

La Suma de Cuadrados Totales se obtiene sumando los cuadrados de los rendimientos individuales del CUADRO 1:

$$SCT = (27.6)^2 + (25.2)^2 + \ldots + (35.5)^2 + (29.4)^2 - FC = \underline{2104.04}$$

$$SC\ Repeticiones = (628.0)^2+(799.7)^2+(694.2)^2+(838.1)^2/\ 25 - FC = \underline{1113.17}$$

$$SC\ Variedades\ (Ignorando\ bloques) = \frac{(94.2)^2 + \ldots +(114.2)^2}{4} - FC = \underline{420.52}$$

o sea los cuadrados de los totales varietales del CUADRO 5.

Los divisores son rk^2, k^2 y r, respectivamente.

La Suma de Cuadrados para bloques (Eliminando Variedades) comprende dos componentes computados como sigue:

(1) Componente (a) que se calcula solamente cuando se repite el diseño básico y que está formado por 2 grupos de diferencias (Grupos X y Y) entre los blqques que contienen las mismas 5 variedades. Por ejemplo, las variedades 11, 12, 13, 14 y 15 se encuentran en los bloques (c) en las repeticiones I y II con totales de bloques 124.5 y 157.1 (CUADRO 1) respectivamente y con una diferencia de -32.6. De esta manera se aparean los bloques que contienen las mismas variedades y se obtienen las diferencias entre los totales de bloques.

Totales Bloques Rep. I	Rep. II	Diferencias Grupo X
124.5	157.1	-32.6
113.3	148.4	-15.1
136.4	153.7	-17.3
130.8	174.4	-43.6
123.0	166.1	-43.1
628.0	799.7	-151.7

Totales Bloques Rep. III	Rep. IV	Diferencias Grupo Y
134.9	172.3	-37.4
142.7	172.7	-30.0
125,6	167.3	-41.7
123.7	164.2	-40.5
167.3	161.6	5.7
694.2	838.1	-143.9

La Suma de Cuadrados para el Componente (a) se calcula así:

$$\text{SC Comp.(a)} = \frac{(-32.6)^2+(-15.1)^2+\ldots+(-37.4)^2+(5.7)^2}{(2)(5) = 10} - \frac{(-151.7)^2+(-143.9)^2}{(2)(5^2) = 50} =$$

$= 1105.90 - 874.40 = \underline{231.50}$

Los divisores son $2k = 10$ y $2k^2 = 50$, donde k es el número de variedades en cada bloque incompleto = 5.

(2) El Componente (b) que se calcula aún cuando no se repita el diseño básico y que también consiste de dos grupos de diferencias, las cuales proveen un estimado de los efectos de bloques libres de efectos varietales. El CUADRO 6 da los totales de hileras para los Grupos X y para los Grupos Y, los cuales combinan los totales de 2 bloques similares de las repeticiones I y II. Por ejemplo, la primera hilera del Grupo X combina los bloques (a) de las repeticiones I y II para dar : 113.3+148.4 = 261.7, que coincide con el total para la HILERA 1 de los Grupos X combinados. Dado que estos totales están confundidos con los efectos varietales (contienen solamwnte las variedades 1, 2, 3, 4 y 5) no pueden usarse directamente para el cómputo de la suma de cuadrados para bloques. El total de la primera COLUMNA del grupo combinado Y, 284.4 , no está confundido con bloques ya que cada bloque está igualmente representado en este total y por lo tanto es un estimado del efecto de bloque libre de diferencias varietales.

La diferencia entre estos dos totales es 261.7 - 284.4 = -22.7. De la misma manera la diferencia entre el total de la primera HILERA en el Grupo Y combinado y el total de la primera COLUMNA en el Grupo X combinado, 287.9 - 278.6 = 9.3, es un estimado del efecto de bloque para los bloques que contienen las variedades 1, 11, 6, 16 y 21.

Estos valores y los demás se calculan en forma similar para los bloques restantes y se usan luego para calcular los ajustes para los rendimiantos varietales. Al hacer estos ajustes los efectos de bloques deberían restarse a veces, ya que una variedad que ocurre en un grupo bueno de bloques debería tener su rendimiento medio reducido para hacerlo comparable con el de las otras medias varietales. Sinembargo, como al computar es más fácil sumar, para hacer estos ajustes es más conveniente calcular los factores de corrección como valores negativos. Estos factores, como antes, se designan como rkc_x y rkc_y y c'_x y c'_y son las correcciones medias para los Grupos X y Y, respectivamente.

Los valores rkc_x y rkc_y se pueden calcular de cualquiera de las dos maneras siguientes:

(1) rkc_x = Total Columna Grupo Y - Total Hilera Grupo X , ó

(2) rkc_x = (Total Hilera CUADRO 5) - 2(Total Hilera Grupo X CUADRO 6)

(1) rkc_y = Total Columna Grupo X - Total Hilera Grupo Y, ó

(2) rkc_y = (Total Columna CUADRO 5) - 2(Ttotal Hilera Grupo Y CUADRO 6)

CUADRO 6 Grupos Combinados

Grupo X (Rep. I + Rep. II)

1	2	3	4	5	Totales
45.9	51.2	58.9	52.3	53.4	261.7
6	7	8	9	10	
56.6	56.1	58.6	59.7	59.1	290.1
11	12	13	14	15	
53.3	51.8	54.8	59.6	62.1	281.6
16	17	18	19	20	
66.0	62.3	64.7	58.3	53.9	305.2
21	22	23	24	25	
56.8	60.1	57.5	58.7	56.0	289.1
Totales columnas					
278.6	281.5	294.5	288.6	284.5	1427.7

Grupo Y (Rep. III + Rep. IV)

1	6	11	16	21	Totales
48.3	60.4	59.6	63.2	56.4	287.9
2	7	12	17	22	
60.1	68.1	64.5	66.8	55.9	315.4
3	8	13	18	23	
57.0	63.4	62.0	64.1	60.7	307.2
4	9	14	19	24	
60.4	67.1	71.9	70.5	59.0	328.9
5	10	15	20	25	
58.6	61.3	61.0	53.8	58.2	292.9
Totales Columnas					
284.4	320.3	319.0	318.4	290.2	1532.3

Usando el método (2) los valores rkc_x y rkc_y se calculan así:

546.1 - (2)(261.7) = 22.7	566.5 - (2)(287.9) = - 9.3
610.4 - (2)(290.1) = 30.2	596.9 - (2)(315.4) = -33.9
600.6 - (2)(281.6) = 37.4	601.7 - (2)(307.2) = -12.7
632.6 - (2)(305.2) = 13.2	617.5 - (2)(328.9) = -40.3
579.3 - (2)(289.1) = 1.1	577.4 - (2)(292.9) = - 8.4
104.6	-104.6

La suma de estos valores debe ser siempre igual a cero

La suma de cuadrados de las desviaciones dentro de los grupos rkc_x y rkc_y representa un estimado de la variancia entre bloques (eliminando variedades) la cual es el Componente (b), como ya se indicó antes. Entonces:

$$\text{SC Comp.(b)} = \frac{(22.7)^2+(30.2)^2+\ldots+(-8.4)^2}{(5)(4)(2-1)=20} - \frac{(104.6)^2+(-104.6)^2}{(5^2)(4)(2-1)=100} =$$

$= 304.66 - 218.82 = \underline{85.84}$

Los divisores son: $kr(p-1)$ y $k^2r(p-1)$, donde k y r son el número de parcelas por bloque incompleto y el número de repeticiones, respectivamente, y p es el número de veces que se repite el diseño básico o sea 2.

ANALISIS DE VARIANCIA COMO LATICE

Fuente de Variación		gl	SC	CM
Repeticiones	$(r-1)$	3	1113.17	371.06
Bloques (Elim. Vars.)	$2n(k-1)$	16	317.34	19.83(B)
Componente (a)	$2(n-1)(k-1)$	8	231.50	
Componente (b)	$2(k-1)$	8	85.84	
Variedades (Ign. Bloq.)	(k^2-1)	24	420.52	
Error (Intrabloque)	$(2nk^2-k^2-2nk-1)$	56	253.01	4.52 (E)
Total		99	2104.04	

Donde: r = N°de repeticiones (4); n = N°de grupos del diseño básico (2); k = N°de variedades o parcelas por bloque.

Como Bloques Completos al Azar al análisis sería:

Fuente de Variación		gl	SC	CM	F
Repeticiones	$(r-1)$	3	1113.17		
Variedades	$(v-1)$	24	420.52	17.52	2.21**
Error	$(r-1)(v-1)$	72	570.35	7.92	
Total	$(rv -1)$	99	2104.04		

Donde: 570.35 = (Comp. (a) + Comp. (b) + Error) ótambién (Bloques + Erro ya que como se nota SC Bloques = Sc.Com.(a) + SC Com.(b).

El valor de F calculado (2.21) al ser comparado con los valores tabulados para 24 y 72 grados de libertad (aproximadamente 1.66 para el 5% y 2.05 para el 1%) muestra que las diferencias en rendimiento entre las medias varietales son altamente significativas, por lo que no es necesario recurrir a la prueba precisa de F.

Cuando la prueba de F no muestra significación y si (B) es mayor que (E) en el análisis como látice, se debe recurrir a la prueba de la F precisa y si ésta no muestra significación, debe tenerse mucho cuidado cuando se declaren significativas las diferencias entre pares de medias varietales.

Los rendimientos promedio de las variedades, calculados a partir de los totales varietales del CUADRO 5 (dividiendo cada total por 4 o sea el número de repeticiones) están afectadas por las diferencias en productividad del suelo en los bloques y es necesario entonces corregir estos promedios mediante el ajuste conocido en el ejemplo con dos repeticiones.

Las correcciones (factores de ponderación) para las medias varietales se calculan usando las variancias ENTRE BLOQUES (Componente b) y DENTRO DE BLOQUES (Componente a). El factor de ponderación es:

$$\frac{w - w'}{w + w'}$$; donde, en este ejemplo con 4 repeticiones.

$$w = 1/E \quad y \quad w' = 3/(4B - E)$$

E y B son los cuadrados medios del error y de bloques en el análisis como látice. Recuérdese que cuando B <u>es menor o igual</u> a E , no se necesita ajustar por efectos de bloques y las medias varietales se calculan directamente a partir de los totales varietales del CUADRO 5 y éstas serán medias verdaderas.

En este ejemplo:

$$w = 1/E = 1/4.52 = \underline{0.221239}$$

$$w' = 3/(4B-E) = 3/(4)(19.83) - 4.52 = \underline{0.040107}$$

$$w - w' = 0.221239 - 0.040107 = \underline{0.181132}$$

$$w + w' = 0.221239 + 0.040107 = \underline{0.261346}$$

$$\frac{w - w'}{w + w'} = 0.181132 / 0.261346 = \underline{0.693073}$$

Los valores rkc_x y rkc_y calculados, se multiplican por este factor de ponderación para obtener las correcciones c'_x y c'_y , así:

$$c'_x = \quad w - w'/\ rk(w + w') \quad (rkc_x) = 0.03465\ rkc_x$$

$$c'_y = \quad w - w'/\ rk(w+w') \quad (rkc_y) = 0.03465\ rkc_y$$

Los valores rkc_x se multiplican cada uno por 0.03465 y los resultados se colocan en una columna al márgen derecho del CUADRO 7 que contiene las medias varietales sin ajustar.

Idéntica operación se hace con los valores rkc_y y los resultados se colocan abajo de las columnas correspondientes en el CUADRO 7.

CUADRO 7 Rendimientos promedio (sin ajustar) y valores c'_x y c'_y

	1	2	3	4	5	c'_x
	23.55	27.82	28.97	28.17	28.00	0.79
	6	7	8	9	10	
	29.25	31.05	30.50	31.70	30.10	1.05
	11	12	13	14	15	
	28.22	29.07	29.20	32.87	30.75	1.29
	16	17	18	19	20	
	32.30	32.27	32.20	32.20	26.92	0.46
	21	22	23	24	25	
	28.30	29.00	29.55	29.42	28.55	0.04
c'_y	-0.32	-1.17	-0.44	-1.40	-0.29	(3.63)

La suma de los valores c'_x y la de los valores c'_y deben ser iguales en valor absoluto o mostrar muy pequeñas diferencias debidas al redondeo de algunos de los valores empleados en los cálculos. En este ejemplo : suma de c'_x = 3.63; suma de c'_y = -3.62.

Las medias varietales en el CUADRO 7 se ajustan sumándoles los factores de ajuste de la hilera y la columna correspondientes. Así, la Variedad 1 ajustada = 23.55 + 0.79 - 0.32 = 24.02

CUADRO 8 Medias Varietales Ajustadas

1	2	3	4	5
24.0	27.4	29.3	27.6	28.5
6	7	8	9	10
30.0	30.9	31.1	31.3	30.9
11	12	13	14	15
29.2	29.2	30.0	32.8	31.7
16	17	18	19	20
32.4	31.6	32.2	31.2	27.1
21	22	23	24	25
28.0	27.9	29.2	28.1	28.3

Para probar las diferencias entre medias varietales se hace uso de la prueba de "t" empleando diferentes errores estándar. Para 2 variedades que aparecen en el mismo bloque, el error estándar es:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E}{rk}\left[\frac{2w}{w+w'} + (k-1)\right]} = \sqrt{\frac{(2)(4.52)}{(4)(5)}\left[\frac{(2)(0.221239)}{0.261346}\right] + (5-1)} =$$

$= \sqrt{2.573} = \underline{1.60}$

Para dos variedades en bloques diferentes el error estándar es:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E}{rk}\left[\frac{4w}{w + w'} + (k-2)\right]} = \underline{1.70}$$

Un error estándar que es generalmente apropiado para comparar dos medias cualesquiera, se calcula como sigue:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E}{r(k+1)}\left[\frac{4w}{w + w'} + (k-1)\right]} = \underline{1.67}$$

Como ejemplo, si se quiere probar la significación de la diferencia entre las variedades 1 y 7, que no están en el mismo bloque:

$30.9 - 24.0 = 6.9 \quad = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$

$t = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \; / \; S_d = 6.9/1.67 = \underline{4.13}$

La Tabla de valores de "t" con 56 grados de libertad del error intrabloque, muestra aproximadamente los valores de 2.00 para el 5% y 2.67 para el 1%. Se concluye que estas variedades difieren en rendimiento al nivel del 1%, ya que el valor de "t" calculado excede el valor tabular de 2.67. Los demás pares de variedades pueden compararse de manera similar, usando el error estándar promedio.

<u>Prueba precisa de "F"</u>

Si el valor de "F" obtenido del análisis de variancia como Bloques Completos al Azar no mostrara significación, pero si en el análisis como látice (B) es MAYOR que (E), se hará la prueba precisa de "F" como se indicó para el ejemplo en que no se repite el diseño básico, usando, desde luego,las 4 repeticiones del CUADRO 1.

LATICE TRIPLE

(Triple Lattice)

Si a los Grupos X y Y del diseño en Látice Simple se agrega un Grupo Z, el nuevo diseño será un Látice Triple. También aquí cada grupo constituye una repetición. El número de repeticiones debe ser siempre 3 o un múltiplo de 3. El número de variedades o tratamientos debe ser un cuadrado perfecto. Este diseño puede construirse para cualquier número de tratamientos desde 9, aunque para 9 y 16 tratamientos puede no ser tan eficiente como Bloques Completos al Azar, a no ser que la variación ENTRE los bloques incompletos sea mayor que la DENTRO de bloques incompletos. Además, para 9 y 16 tratamientos o variedades, los grados de libertad para estimar el error serían solamente 4 y 9 contra 9 y 16 para Bloques Completos al azar.

El Grupo Z se construye sobreponiendo un arreglo en cuadrado latino de letras, al cuadrado formado por los números varietales. Así, un cuadrado latino para 4 letras sería:

A	B	C	D
D	A	B	C
C	D	A	B
B	C	D	A

Y usando como ejemplo un Látice Triple con $k^2 = 16$ variedades o tratamientos, se forma el cuadrado con los números varietales, como sigue:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Sobreponiendo el cuadrado de letras en el cuadrado de números y poniendo los números correspondientes a la letra A en el primer bloque del nuevo grupo; los correspondientes a la letra B en el segundo; los de la letra C en el tercero y los de la D en el cuarto, se obtienen los 4 bloques del Grupo Z.

<u>Grupo X</u>

Bloque				
(a)	1	2	3	4
(b)	5	6	7	8
(c)	9	10	11	12
(d)	13	14	15	16

<u>Grupo Y</u>

Bloque				
(e)	1	5	9	13
(f)	2	6	10	14
(g)	3	7	11	15
(h)	4	8	12	16

Grupo Z

Bloque

(i)	(A) 1	(A) 6	(A) 11	(A) 16
(j)	(B) 2	(B) 7	(B) 12	(B) 13
(k)	(C) 3	(C) 8	(C) 9	(C) 14
(1)	(D) 4	(D) 5	(D) 10	(D) 15

Este es el arreglo básico para un Látice Triple. Luego se aleatorizan o sortean las variedades dentro de cada bloque, los bloquesd dentro de cada grupo y finalmente los grupos mismos. Para repeticiones del diseño se harán aleatorizaciones separadas en cada caso.

EJEMPLO NUMERICO

Como ejemplo se usará un ensayo de rendimiento de 16 variedades de maíz. En el CUADRO 1 se presentan los rendimientos individuales y los totales para bloques, dentro del arreglo al azar que se usó para la siembra del experimento.

El CUADRO 2 contiene los totales varietales o sea la suma de los rendimientos para cada variedad sobre las tres repeticiones, junto con los totales para hileras y para columnas.

El CUADRO 3 contiene los mismos totales varietales del CUADRO 2, pero usando para la construcción de los bloques, las DIAGONALES del CUADRO 2, o sea sobreimponiendo un cuadrado latino de letras, como se hizo con la costrucción del Grupo Z.

Los cálculos necesarios para el análisis de variancia son:

El Factor de Corrección = FC = Gran Total elevado al cuadrado y dividido por el número de parcelas, i.e.:

$FC = (1251.9)^2 / 48 = \underline{32,651.12}$

La Suma de Cuadrados Totales = Suma de todos los valores individuales del CUADRO 1 menos el FC, i.e.:

$SCT = (25.8)^2 + (26.2)^2 + \ldots + (28.9)^2 - FC = \underline{553.29}$

La Suma de Cuadrados para Repeticiones = Suma de los totales individuales elevados al cuadrado de cada repeticiŏn en el CUADRO 1, i.e.:

$$SCR = (401.6)^2+(442.0)^2+(408.3)^2 /16 - FC = \underline{58.60}$$

La Suma de Cuadrados para Bloques (eliminando variedades) o Componente (b) se calcula a partir de tres grupos de valores que se usan para dar un estimado de las diferencias entre bloques,libres de efectos varietales. Para obtener estos estimados se calculan los valores $2rkc_x$, $2rkc_y$ y $2rkc_z$, de la manera siguiente:

$2rkc_x$ = Total Hilera CUADRO 2 - 3(Total Hilera Grupo X, CUADRO 1)

$2rkc_y$ = Total Columna CUADRO 2 - 3(Total Hilera Grupo Y, CUADRO 1)

$2rkc_z$ = Total Hilera CUADRO 3 - 3(Total Hilera Grupo Z, CUADRO 1)

Valores $2rkc_x$		Valores $2rkc_y$	
(a)	284.8 - (3)(90.2) = 14.2	(e)	283.4 - (3)(100.1) = -16.9
(b)	317.4 - (3)(101.4)= 13.2	(f)	316.2 - (3)(111.1) = -17.4
(c)	324.1 - (3)(101.4)= 19.9	(g)	312.9 - (3)(107.1) = - 8.4
(d)	325.6 - (3)(108.6)= -0.2	(h)	339.4 - (3)(123.6) = -31.4
	47.1		-74.1

Valores rkc_z	
(i)	310.3 - (3)(103.8) = - 1.1
(j)	307.8 - (3)(93.3) = 27.9
(k)	316.1 - (3)(103.9) = 4.5
(l)	317.6 - (3)(107.3) = - 4.3
	27.0

La suma de los valores 2rkc debe ser igual a cero. La suma de cuadrados de las desviaciones de estos tres grupos de valores da un estimado de la variancia entre bloques (eliminando variedades). Los divisores son:

$2rk = 24$ y $2rk^2 = 96$ o en general, para "r" repeticiones, $(r-1)rk$ y $(r-1)rk^2$, respectivamente.

La suma de Cuadrados para Componente (b) es entonces:

$$SC\ Comp.(b) = (14.2)^1+...+(-0.2)^2+(-16.9)^2+...+(-31.4)^2+(-1.1)^2+...+(-4.3)^2$$

$$- (47.1)^2+(-74.1)^2+(27.0)^2/96 = \underline{46.90}$$

CUADRO 1 Rendimientos por parcela de 16 variedades. Lâtice Triple 4x4

Bloque	Repetición I (Grupo X)				Total Bloques
(b)	6 25.8	8 27.1	5 24.0	7 24.5	101.4
(d)	13 26.2	16 25.2	15 28.7	14 28.5	108.6
(a)	1 19.5	3 24.2	2 23.3	4 23.2	90.2
(c)	10 27.3	12 26.4	9 21.2	11 26.5	101.4
					401.6

Bloque	Repetición II (Grupo Y)				
(h)	8 32.4	12 28.9	16 33.8	4 28.5	123.6
(e)	9 25.7	13 29.2	5 25.2	1 20.0	100.1
(f)	14 27.7	2 25.6	6 28.4	10 29.5	111.2
(g)	11 27.3	3 25.6	15 23.8	7 30.4	107.1
					442.0

Bloque					Total Bloques
(i)	1(A) 23.4	11(A) 31.7	16(A) 24.9	6(A) 23.8	103.8
(k)	8(C) 28.0	14(C) 31.0	3(C) 20.1	9(C) 24.8	103.9
(1)	4(D) 32.0	10(D) 25.9	15(D) 25.9	5(D) 23.5	107.3
(j)	7(B) 24.3	2(B) 19.4	13(B) 20.7	12(B) 28.9	93.3
					408.3

CUADRO 2 Totales Varietales Látice Triple 4x4

	1	2	3	4	Tot. Hilera
	62.9	68.3	69.8	83.8	284.8
	5	6	7	8	
	72.7	78.0	79.2	87.5	317.4
	9	10	11	12	
	71.7	82.7	85.5	84.2	324.1
	13	14	15	16	
	76.1	87.2	78.4	83.9	325.6
Total Columna	283.4	316.2	312.9	339.4	1251.9

CUADRO 3 Letras Latinas. Diagonales de CUADRO 2.

				Totales
1	6	11	16	
62.9	78.0	85.5	83.9	310.3
2	7	12	13	
68.3	79.2	84.2	76.1	307.8
3	8	9	14	
69.8	87.5	71.7	87.2	316.2
4	5	10	15	
83.8	72.7	82.7	78.4	317.6
				1251.9

ANALISIS DE VARIANCIA COMO LATICE

Fuente de Variación		gl	SC	CM
Repeticiones	(r-1)	2	58.60	29.30
Bloques (Eli.Vars.)	3p(k-1)	9	46.90	
Componente (b)	3p(k-1)	9	46.90	5.21 (B)
Variedades (Ign.Bl.)	(k^2-1)	15	273.83	18.25
Error Intrabloque	$(3p-1)(k^2-1)-3p(k-1)$	21	173.96	8.28 (E)
Total	rk^2-1	47	553.29	

Donde: r = N°de repeticiones; p = N°de veces que se repite el diseño básico; k = número de variedades o tratamientos por bloque incompleto.

ANALISIS COMO BLOQUES COMPLETOS AL AZAR

Fuente de Variación	gl	SC	CM	F
Repeticiones	2	58.60		
Variedades	15	273.83	18.26	2.48*
Error	30	220.86	7.36	
Total	47	553.29		

Donde SC Error = SC Bloques del análisis como Lâtice + SC Error Intrabloque = 46.90 + 173.96 = 220.86. Los grados de libertad del error corresponden a la suma anterior (9 + 21 = 30).

Dado que hay diferenciassignificativas entre variedades, como lo indica el valor de F calculado (2.48) al compararsele con el tabulado para el nivel de 5% (aproximada mente 1.99), no se requiere una prueba exacta de F. Sinembargo debe recordarse que si el valor de F no alcanza significación al punto de 5% y si (B) es mayor que (E) en el análisis como lâtice, se sugiere una prueba precisa de F como se indica en el ejemplo de Lâtice Simple.

Se procede ahora al ajuste de las medias varietales para lo que es necesario obtener tres grupos de correcciones conocidas como c'_x, c'_y y c'_z. Estas se obtienen multiplicando cada uno de los valores ya calculados de $2rkc_x$, $2rkc_y$ y $2rkc_z$ por el factor de ponderación:

$$\frac{2(w - w')}{2w + w'}$$

donde $w = 1/E$ y $w' = 2/(3B-E)$, siendo E = Cuadrado medio del error intrabloque y B = Cuadrado medio del Componente (b).

Como en el presente ejemplo (B) es menor que (E) las medias varietales en el CUADRO 4 son verdaderas y no requieren ajuste. Sinembargo, se ilustrará el ajuste de las medias varietales que es necesario cuando (B) es mayor que (E).

$w = 1/E = 1/8.28 = 0.12077$

$w' = 2/(3B-E) = 2/(3)(5.21) - 8.28 = 0.27211$

$2(w - w') = -0.30268$

$2w + w') = (0.12077)(2) + 0.27211 = 0.51365$

$$\frac{2(w - w')}{2w + w'} = \frac{-0.30268}{0.51365} = -0.58927$$

El valor del factor de ponderación es entonces -0.58927. Para obtener los rendimientos medios varietales ajustados, se resuelve la fórmula pars los factores de correción ponderados.

$$c'_x = \frac{1}{2rk}\ \frac{2(w-w')}{2w+w'}\ (2rkc_x) = -0.02455(2rkc_x)$$

$$c'_y = \frac{1}{2rk}\ \frac{2(w-w')}{2w+w'}\ (2rkc_y) = -0.02455(2rkc_y)$$

$$c'_z = \frac{1}{2rk}\ \frac{2(w-w')}{2w+w'}\ (2rkc_z) = -0.02455(2rkc_z)$$

El primer c'_x es: (14.2 ó primer valor $2rkc_x$)(-0.02455) = -0.35

De igual manera se calculan los demás valores c'_x y los c'_y y c'_z , usando los calores correspondiantes 2rkc calculados.

El CUADRO 4 muestra los promedios varietales sin ajustar, obtenidos dividiendo por 3 (el número de repeticiones) los valores de totales varietales del CUADRO 2.

Los factores de corrección c' se anotan en el CUADRO 4, los valores c'_x al final de las hileras, los c'_y abajo de las columnas y los c'_z se tabulan por conveniencia a lo largo del final del cuadro junto con sus letras de identificación. En este Cuadro aparecen, siguiendo los números varietales, las letras del cuadrado latino usado en la construcción del Grupo Z.

Las medias varietales se ajustan sumando a cada valor en el CUADRO 4 los valores c'_x de la hilera, c'_y de la columna y c'_z de la letra que le corresponden.

CUADRO 4 Promedios varietales y Valores c'.

					c'_x
	1(A) 20.96	2(B) 22.76	3(C) 23.26	4(D) 27.93	-0.35
	5(D) 24.23	6(A) 26.00	7(B) 26.40	8(C) 29.16	-0.32
	9(C) 23.90	10(D) 27.56	11(A) 28.50	12(B) 28.06	-0.49
	13(B) 25.36	14(C) 29.06	15(D) 26.13	16(A) 27.96	0.00
c'_y	0.41	0.43	0.21	0.77	
c'_z	(A)	(B)	(C)	(D)	
	0.03	-0.68	-0.11	0.11	

Variedad 1, ajustada = 20.96 -0.35+0.41 +0.03 = 21.05
Variedad 2, ajustada = 22.76-0.35+0.43+0.68 = 23.52
Variedad 3, ajustada = 19.93 -0.35+0.21-0.11 = 19.68
Variedad 5, ajustada = 24.23 -0.32+0.41+0.11 = 24.43

Las medias varietales ajustadas se presentan en el CUADRO 5. Una vez calculadas se puede comprobar que:

(3)(Suma de las medias) = Gran Total

CUADRO 5 Medias varietales ajustadas

1	2	3	4
21.05	22.16	23.01	28.46
5	**6**	**7**	**8**
24.43	26.14	25.61	29.50
9	**10**	**11**	**12**
23.71	27.61	28.25	27.66
13	**14**	**15**	**16**
25.09	29.38	26.45	28.76

ERRORES ESTANDAR DE LAS DIFERENCIAS ENTRE MEDIAS

Usando (E) = 8.28 del análisis de variancia como látice, se calculan los errores estándar para las diferencias entre medias varietales.

1. El error estándar de la diferencia entre los rendimientos medios de 2 variedades que ocurren en el mismo bloque de uno de los bloques es:

$$\sqrt{\frac{2E}{rk}\left[\frac{6w}{2w+w'} + (k-2)\right]} = \sqrt{\frac{2(8.28)}{(3)(4)}\left[\frac{(6)(0.12077)}{0.51365} + 2\right]} = \underline{2.17}$$

2. Para dos variedades que no ocurren en el mismo bloque en ningún grupo:

$$\sqrt{\frac{2E}{rk}\left[\frac{9w}{2w+w'} + (k-3)\right]} = \sqrt{\frac{(2)(8.28)}{(3)(4)}\left[\frac{(9)(0.12077)}{0.51365} + 1\right]} = \underline{2.08}$$

3. Error estándar promedio para todas las comparaciones:

$$\sqrt{\frac{2E}{r(k+1)}\left[\frac{9w}{2w+w'} + (k-2)\right]} = \sqrt{\frac{(2)(8.28)}{(3)(5)}\left[\frac{(9)(0.12077)}{0.51365} + 2\right]} = \underline{2.13}$$

Usando el error estándar promedio se puede probar la significación de la diferencia entre cualesquiera dos variedades. Por ejemplo:

Var. 16 - Var. 1 = 28.76 - 21.05 = 7.71 t = 7.71/2.13 = **3.62****

un valor altamente significativo al compararlo con los valores de "t" para 5 y 1%, con 21 grados de libertad del error: 2.08 y 2.83, respectivamente.

Prueba Precisa de "F"

Cuando el valor de F obtenido del análisis como Bloques Completos al Azar no alcanza significación al 5% y cuando (B) es mayor que (E) en el análisis como lático, se sugiere hacer una prueba precisa de "F".

La cantidad que habrá que restar a la Suma de Cuadrados para Variedades (sin ajustar) será:

$-u\left[(1 + \frac{w'}{2w}) B_u - B_a\right]$, donde : $u=2(w-w')/(2w+w')$; B_u = Suma de cuadrados para bloques dentro de repeticiones (o sin ajustar) CUADRO 1 ; y B_a = Suma de Cuadrados Componente (b).

B_u se calcula como sigue, a partir del CUADRO 1 :

$$B_u = \frac{(101.4)^2+..+(101.4)^2}{4} - \frac{(401.6)^2}{16} + \frac{(123.6)^2+..+(107.1)^2}{4} - \frac{(442.0)^2}{16} + \frac{(103.8)^2+ ...+(93.3)^2}{4} - \frac{(408.3)^2}{16} = \underline{143.93}$$

Haciendo los cálculos y sustituyendo en la fórmula, se obtendrá un valor de -32.04 y siendo esta cantidad NEGATIVA será sumada a la Suma de Cuadrados para tratamientos, así: 273.83 -(-32.04) = 305.87. De donde "F" será : 305.87/15 = 20.39 que es el nuevo Cuadrado medio para Variedades, dividido por el Error (8.28) es igual a 2.46, que es significativo. Este resultado era de esperarse puesto que la prueba precisa se hizo solamente como ilustración. No era de esperarse más precisión dado que de todas maneras (B) fue menor que (E) y no se espera aumento alguno en precisión de cualquier ajuste por efectos de bloques los cuales no existen como lo indica la relativa magnitud de (B) y (E) y el análisis como látice no sería más eficiente que como Bloques Completos al Azar.

LATICE TRIPLE

REPETICIONES DEL DISEÑO BASICO

Se usará un ejemplo con variedadaes de maíz para ilustrar este caso. Haciendo uso de los datos del CUADRO 1 del ejemplo anterior y del CUADRO 1A de este ejemplo, se tendrán 6 repeticiones : Reps. I y IV como arreglos al azar del Grupo X; Reps. II y V del Grupo Y y Reps. III y VI del Grupo Z.

Cada repetición consiste de $k=4$ bloques con $k=4$ parcelas cada uno y $k^2=16$ variedades. De nuevo $n=$ N°de Grupos en el diseño básico$=3$; $p=$número de veces que se repite el diseño básico$=2$; y $r=$N°de repeticiones en el experimento$=6=np$.

Para los cálculos del análisis de variancia conviene construir 5 cuadros. Uno, con todos los rendimientos individuales con las parcelas y los bloques en la forma al azar en que estuvieron en el campo (CUADROS 1 y 1A).

Las repeticiones de cada Grupo X, Y y Z (dos en este caso), se combinan por variedades y totales de hileras en el CUADRO 2A. Cada bloque en un Grupo X tiene un bloque con las mismas variedades en el otro Grupo X. Lo mismo es cierto para los bloques de los Grupos Y y Z. Por ejemplo, el bloque (a) en la Repetición 1(X) y el bloque (a) en la Repetición 4(X) contienen las variedades 1 a 4. Los rendimientos de las variedades y los dos totales de bloques se suman y se llevan al CUADRO 2A. En la misma forma se combinan los dos Grupos Y, repeticiones II y V y los dos Grupos Z, repeticiones III y VI.

<u>CUADRO 1A</u> Rendimientos por parcela

Bloque	Repetición IV (Grupo X)				Total Bloques
(c)	$\frac{11}{24.5}$	$\frac{9}{26.2}$	$\frac{12}{24.0}$	$\frac{10}{26.5}$	101.2
(d)	$\frac{16}{24.2}$	$\frac{13}{24.6}$	$\frac{14}{25.0}$	$\frac{15}{26.2}$	100.0
(a)	$\frac{2}{27.3}$	$\frac{1}{28.4}$	$\frac{3}{21.2}$	$\frac{4}{26.5}$	103.4
(b)	$\frac{7}{24.3}$	$\frac{6}{28.0}$	$\frac{8}{20.7}$	$\frac{5}{28.9}$	101.9
					406.5

CUADRO 1A. Cont.

Bloque	Repetición V (Grupo Y)				Total Bloques
(e)	1	13	9	5	
	28.9	25.6	24.1	23.2	101.8
(h)	16	4	8	12	
	27.3	25.6	28.4	28.7	110.0
(f)	10	2	14	6	
	27.1	26.2	24.3	25.6	103.2
(g)	11	7	3	15	
	24.3	25.4	27.1	23.4	100.2
					415.2

Bloque	Repetición VI (Grupo Z)				Total Bloques
(k)	9	14	8	3	
	24.3	25.6	28,9	23.2	102.0
(l)	5	4	10	15	
	26.2	24.3	28.0	31.0	109.5
(j)	12	2	7	13	
	25.9	23.8	28.9	27.4	106.0
(i)	16	1	6	11	
	25.6	20.1	24.9	29.3	99.9
					417.4

CUADRO 2A Combinación de Grupos.

Grupo X (Reps. I y IV)

				Total Hileras
1	2	3	4	
47.9	50.6	45.4	49.7	193.6
5	6	7	8	
52.9	53.8	48.8	47.8	203.3
9	10	11	12	
47.4	53.8	51.0	50.4	202.6
13	14	15	16	
50.8	53.5	54.9	49.4	208.6
				808.1

CUADRO 2A Cont.

Grupo Y (Reps. II y V)

1	5	9	13	Total Hileras
48.9	48.4	49.8	54.8	201.9
2	**6**	**10**	**14**	
51.8	54.0	56.6	52.0	214.4
3	**7**	**11**	**15**	
52.7	55.8	51.6	47.2	207.3
4	**8**	**12**	**16**	
54.1	60.8	57.6	61.1	233.6
				857.2

Grupo Z (Reps. III y VI)

1	6	11	16	Total Hileras
43.5	48.7	61.0	50.5	203.7
2	**7**	**12**	**13**	
43.2	53.2	54.8	48.1	199.3
3	**8**	**9**	**14**	
43.3	56.9	49.1	56.6	205.9
4	**5**	**10**	**15**	
56.3	49.7	53.9	56.9	216.8
				825.7

En el CUADRO 3A se anotan los rendimientos totales de las 6 repeticiones para cada variedad, en tal forma que los TOTALES DE HILERAS sean las sumas de las variedades que ocurren juntas en bloques de los Grupos X y los TOTALES DE COLUMNAS de auqellas variedades que aparecen juntas en bloques de los Grupos Y. Las variedades se arreglan luego, como se indica en el Cuadro, en tal forma que los TOTALES DE HILERAS sean los de las variedades que ocurren juntas en los bloques de los Grupos Z. Así por ejemplo, 140.3 es el total para la variedad 1 en las 6 repeticiones, etc.

CUADRO 3A Totales varietales sin ajustar.

1	2	3	4	Totales X
140.3	145.6	141.3	160.2	587.4
5	6	7	8	
151.0	156.5	157.8	165.5	630.8
9	10	11	12	
146.3	164.3	163.6	162.8	637.0
13	14	15	16	
153.7	162.1	159.0	161.0	635.8
Totales Y				
591.3	628.5	621.7	649.5	2491.0

1	11	16	6	Totales Z
140.3	163.6	161.0	156.5	621.4
8	14	3	9	
165.5	162.1	141.3	146.3	615.2
4	10	15	5	
160.2	164.3	159.0	151.0	634.5
7	2	13	12	
157.8	145.6	153.7	162.8	619.9
				2491.0

En el CUADRO 4A se resumen los totales de bloques de todas las repeticiones. Para 6 repeticiones habrá dos columnas de "k" totales de bloques para cada uno de los Grupos X, Y y Z. Los totales se colocan de tal manera que los de bloques con las mismas variedades queden opuestos uno al otro.

CUADRO 4A Totales de bloques

	Grupo X				Grupo Y		
	Rep.I	Rep. IV	Tots.		Rep. II	Rep. V	
(c)	101.4	101.2	202.6	(h)	123.6	110.0	233.6
(d)	108.6	100.0	208.6	(e)	100.1	101.8	201.9
(a)	90.2	103.4	193.6	(f)	111.2	103.2	214.4
(b)	101.4	101.9	203.3	(g)	107.1	100.2	207.3
	401.6	406.5	808.1		442.0	415.2	857.2

Grupo Z	Rep. III	Rep.VI	Totales
(i)	103.8	99.9	203.7
(k)	103.9	102.0	205.9
(1)	107.3	109.5	216.8
(j)	93.3	106.0	199.3
	408.3	417.4	825.7

Nótese que los totales de grupos corresponden a los totales de hileras del CUADRO 2A.

Los cálculos necesarios para el análisis de variancia son:

Factor de Corrección = FC = $(2491.0)^2/96$ = 64,636.26. Divisor : rk^2.

Suma de Cuadrados Totales = SCTot. = $(25.8)^2+\ldots+(26.5)^2+\ldots+(29.3)^2$ - FC= 804.40

Nótese que incluye TODOS los valores del CUADRO 1 del ejemplo anterior y del CUADRO 1A del presente ejemplo.

Suma de Cuadrados para Repeticiones = SCR = $\dfrac{(401.6)^2+\ldots+(417.4)^2}{k^2 = 16}$ - FC= 64.46

Suma de Cuadrados para Variedadaes (Ignorando Bloques) = SCV (Ign.Bloq.) =

$\dfrac{(140.3)^2+\ldots+(161.0)^2}{r = 6}$ - FC = 174.84 o sea la suma de los cuadrados de los sub-totales del CUADRO 3A, entre el número de repeticiones y menos el FC.

En un Lático Triple con 6 repeticiones, la Suma de Cuadrados para Bloques (Eliminando Variedades), SCB.(El. Vars.) se forma de dos componentes llamados (a) y (b). El Componente (a) consiste de tres grupos de diferencias en rendimiento entre bloques apareados, que contienen el mismo grupo de variedades:

	Totales Bloques Rep. I	Rep.IV	Diferencias Grupo X		Totales Bloques Rep.II	Rep.V	Diferencias Grupo Y
(a)	90.2	103.4	-13.2	(e)	100.1	101.8	- 1.7
(b)	101.4	101.9	- 0.5	(f)	111.2	103.2	8.0
(c)	101.4	101.2	0.2	(g)	107.1	100.2	6.9
(d)	108.6	100.0	8.6	(h)	123.6	110.0	13.6
	401.6	406.5	4.9		442.0	415.2	26.8

	Totales Bloques Rep.III	Rep.VI	Diferencias Grupo Z
(i)	103.8	99.9	3.9
(j)	93.3	106.0	-12.7
(k)	103.9	102.0	1.9
(l)	107.3	109.5	- 2.2
	408.3	417.4	- 9.1

La suma de los cuadrados de las desviaciones dentro de estos tres grupos de diferencias, dan la variancia de los bloques apareados o

SC Comp. (a) = $\dfrac{(-13.2)^2+\ldots+(8.6)^2+\ldots+(-2.2)^2}{8} - \dfrac{(4.9)^2+(26.8)^2+(-9.1)^2}{32}$ = 65.83

Los divisores son : 2k y $2k^2$ = 8 y 32.

El Componente (b) consiste de tres grupos de valores que se usan para dar un estimado de las diferencias entre bloques, libres de efectos varietales. Para obtener estos estimados es necesario calcular los valores $2rkc_x$, $2rkc_y$ y $2rkc_z$, de la manera siguiente:

$2rkc_x$ = Total Hilera Grupo X(CUADRO 3A) - 3(Total Hilera del Grupo X en el CUADRO 2A que contiene las mismas variedades)

$2rkc_y$ = Total Colum. Grupo Y(CUADRO 3A) - 3(Total Hilera del Grupo Y en el CUADRO 2A que contiene las mismas Variedades).

$2rkc_z$ = Total Hilera Grupo Z(CUADRO 3a) - 3(Total Hilera Grupo Z en el CUADRO 2A)

<u>CUADRO 5A</u> Valores 2rkc

$2rkc_x$	$2rkc_y$
587.4 - (3)(193.6) = 6.6	591.3 - (3)(201.9) = -14.4
630.8 - (3)(203.3) = 20.9	628.5 - (3)(214.4) = -14.7
637.0 - (3)(202.6) = 29.2	621.7 - (3)(207.3) = - 0.2
635.8 - (3)(208.6) = 10.0	694.5 - (3)(233.6) = -51.3
66.7	-80.6

$2rkc_z$
621.4 - (3)(203.7) = 10.3
619.9 - (3)(199.3) = 22.0
615.2 - (3)(205.9) = - 2.5
634.5 - (3)(216.8) = -15.9
13.9

La suma de los valores 2rkc debe ser cero.

<u>La Suma de Cuadrados para el Componente (B)</u> es, entonces:

$$SC\ Comp.(b) = \frac{(6.6)^2+(20.9)^2+\ldots+(-14.4)^2+\ldots+(-15.9)^2}{2rk = 48} - \frac{(66.7)^2+(-80.6)^2+(13.9)^2}{2rk^2 = 192}$$
$= \underline{53.18}$

La Suma de Cuadrados para el Error Intrabloque = SC Error Intrabloque. se obtiene por diferencia: SC Tots. - (SCReps + SC Bloques + Sc Vars) = 804.40 - (64.46+119.01+174.84) = 446.09; donde 119.01 = SCComp.(a) + SCComp.(b)= 65.83+53.18.

Los resultados se resumen en el Cuadro del análisis de variancia, primero, como látice;luego como Bloques Completos al Azar.

ANALISIS DE VARIANCIA
COMO LATICE

Fuente de Variación		gl	SC	CM
Repeticiones	$(r-1)$	5	64.46	12.89
Bloques (Elim. Vars)	$r(k-1)$	18	119.01	6.61 (B)
Componente (a)	$(k-1)(r-3)$	9	65.83	
Componente (b)	$3(k-1)$	9	53.18	
Variedades (Ign.Blos.)	(k^2-1)	15	174.84	
Error Intrabloque	$(k-1)[k(r-1)-1]$	57	446.09	7.82 (E)
Total	(rk^2-1)	95	804.40	

Si las sumas de cuadrados para bloques y para error se suman, el cuadrado medio resultante (con los grados de libertad sumados también =75), puede usarse para probar el cuadrado medio para variedades. Esta prueba equivale a analizar el experimento como Bloques Completos al Azar. Esto da una aproximación bastante aceptable a la prueba correcta, siempre y cuando (B) no sea mucho mayor que (E).

ANALISIS DE VARIANCIA
COMO BLOQUES COMPLETOS AL AZAR

Fuente de Variación		GL	SC	CM	F
Repeticiones	$(r-1)$	5	64.46	12.89	
Variedades	(k^2-1)	15	174.84	11.66	1.54
Error	$(r-1)(k^2-1)$	75	565.10	7.53	
Total	(rk^2-1)	95	804.40		

Dado que la prueba de "F" mo alcanza significación y como (B) es menor que (E), no precisa la prueba precisa de "F" y se puede concluir que no parece haber diferencias en rendimiento entre las variedades probadas.

Cuando (B) es igual o mayor que (E) y la prueba aproximada de "F" queda cerca del valor de significación al 5%, se recomienda recurrir a la prueba precisa de "F" como se explica en el caso del Látice Triple sin repeticiones del diseño básico.

Se entiende que en el presente ejemplo no tendría sentido ajustar los promedios varietales, pero se ilustrará brevemente el procedimiento. Para obtener las medias varietales ajustadas se deben calcular las correcciones c'_x, c'_y y c'_z, multiplicando cada uno de los valores 2rkc del CUADRO 5A por el factor de corrección que para 6 repeticiones se calcula así:

$2(w-w') / 2w+w'$; donde : $w = 1/E$ y $w' = 5 / (6B-E)$

En este ejemplo:

$w = 1/E = 1/7.82 = \underline{0.1279}$

$w' = 5/ (6)(6.61) - 7.82 = 5/31.84 = \underline{0.1570}$

$2(w-w') = \underline{-0.0582}$; $2w+w' = \underline{0.4128}$

$2(w-w') / 2w+w' = -0.0582/0.4128 = \underline{-0.1410}$

Los factores de corrección ponderados serán:

$$c'_x = \frac{1}{2rk} \left[2(w-w') / 2w+w' \right] (2rkc_x) = -0.0029(2rkc_x).$$

Cada uno de los valores 2rkc se multiplicará por el coeficiente -0.0029 para obtener los valores c'_x, c'_y y c'_z.

Se construye el cuadro de medias varietales dividiendo cada celda del CUADRO 3A por 6 (número de repeticiones) y se colocan los valores c'_x al final de las hileras, los valores c'_y al final de las columnas y los valores c'_z se colocan, por conveniencia, a lo largo del final del cuadro con sus letras de identificación, como se hizo en el caso en que no se repite el diseño básico y que se ilustró anteriormente.

Para probar las diferencias entre dos medias varietales ajustadas, se hace uso de la prueba de "t", pudiendo usarse 3 errores estándar diferentes.

Para 2 variedades que aparecen en el MISMO bloque, el error estándar es:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E}{rk} \left[\frac{6w}{2w+w'} \right] + (k-2)}$$

Para 2 variedades que no ocurren en el mismo bloque:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E}{rk} \left[\frac{9w}{2w+w'} \right] + (k-3)}$$

El error estándar promedio para cualquier comparación será:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E}{r(k+1)} \left[\frac{9w}{2w+w'} \right] + (k-2)}$$

CALCULO DE LAS PARCELAS O VALORES FALTANTES

Como los diseños en Lâtice se usan a menudo en experimentos grandes que involucran a veces cientos de observaciones, no es fácil asegurar que todas las observaciones se obtienen con exactitud. Aun manejando el experimento muy cuidadosamente, siempre hay la posibilidad de que errores o accidentes afecten unas cuantas observaciones. Se comprende que las parcelas perdidas o valores faltantes tdnerân a ser mâs comunes en experimentos grandes.

Si el número de parcelas perdidas es grande, es recomendable recurrir al análisis como Bloques Completos al Azar, eliminando todas aquellas variedades o tratamientos que muestren parcelas o valores perdidos. Sin embargo, si se quiere hacer un análisis completo, los valores faltantes se pueden estimar con bastante aproximación usando una fórmula que minimiza la suma de cuadrados del error intrabloque y que es como sigue:

1. Para experimentos sin repeticiones del diseño básico.

$$X = \frac{(r-1)k^2\, T - rR + G - rkC + kC'}{(r-1)(k-1)(rk-k-1)}$$, donde:

X = valor que se desea estimar;

T = Total del tratamiento (variedad) que contiene el valor faltante;

R = Total de la repetición que contiene el valor faltante;

G = Gran Total;

C = Total, i.e. suma sobre todas las repeticiones, de todos los tratamientos en el bloque, menos rB donde r es el número de repeticiones y B es el total del bloque;

C'= Total de los valores C para todos los bloques donde aparece el tratamiento con el valor faltante; y

k = Número de variedades o tratamientos por bloque incompleto.

Ejemplo CUADRO 1 Repetición I

					Total
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{6}$	26+x
$\frac{6}{16}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{10}{8}$	61
$\frac{11}{17}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{13}{7}$	$\frac{14}{9}$	$\frac{15}{14}$	47+y
$\frac{16}{18}$	$\frac{17}{16}$	$\frac{18}{13}$	$\frac{19}{13}$	$\frac{20}{14}$	74
$\frac{21}{14}$	$\frac{22}{15}$	$\frac{23}{11}$	$\frac{24}{14}$	$\frac{25}{14}$	68

CUADRO 1 Repetición II

					Total
$\frac{1}{24}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{16}{11}$	$\frac{21}{8}$	80
$\frac{2}{21}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{12}{14}$	$\frac{17}{11}$	$\frac{22}{23}$	80
$\frac{3}{16}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{23}{12}$	56
$\frac{4}{17}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{14}{30}$	$\frac{19}{9}$	$\frac{24}{23}$	69+z

Los datos corresponden a un Lâtice Simple 5x5 con dos repeticiones. Supóngase que faltan 3 parcelas o valores: tratamientos 1 y 12 en la Repetición I y tratamiento 14 en la Repetición II. Los estimados de los tres valores faltantes se denotan, respectivamente, como x, y y z y se obtendrán mediante el método de las aproximaciones sucesivas.

Totales varietales con 3 valores faltantes (x, y, y z)

$\frac{1}{24+x}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{5}{21}$
$\frac{6}{29}$	$\frac{7}{23}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{9}{23}$	$\frac{10}{23}$
$\frac{11}{41}$	$\frac{12}{14+y}$	$\frac{13}{19}$	$\frac{14}{9+z}$	$\frac{15}{36}$
$\frac{16}{29}$	$\frac{17}{27}$	$\frac{18}{25}$	$\frac{19}{22}$	$\frac{20}{30}$
$\frac{21}{22}$	$\frac{22}{38}$	$\frac{23}{23}$	$\frac{24}{37}$	$\frac{25}{33}$

Se nota que los totales de las variedades 1, 12 y 14 son 24, 14 y 9 en lugar de 30, 21 y 39, ya que se consideran perdidos los valores 6, 7 y 30 los cuales se substituyeron por x, y , y z, respectivamente.

Encuéntrense los Totales de Bloques (B)

Repetición I.

$$\begin{aligned}
(x+7+5+8+6) &= 26+x \\
(16+12+12+13+8) &= 61 \\
(17+y+7+9+14) &= 47+y \\
(18+16+13+13+14) &= 74 \\
(14+15+11+14+14) &= \underline{68} \\
& 276+x+y
\end{aligned}$$

Encuéntrese los valores de C.

P. ej. Bloque 1 = (Vars. 1,2,3,4,5 Rep. I + Vars. 1,2,3,4,5 Rep.II)-2(B Rep.I)

Bloque	1	(x+24)+(7+21)+(5+16)+(8+17)+(6+15) - 2(26+x)	= 67-x
	2	(16+13)+(12+11)+(12+4)+(13+10)+(8+15) - 2(61)	= -8
	3	(17+24)+(y+14)+(7+12)+(9+z)+(14+22) - 2(47+y)	= 25-y+z
	4	(18+11)+(16+11)+(13+12)+(13+9)+(14+16) - 2(74)	= -15
	5	(14+8)+(15+23)+(11+12)+(14+23)+(14+19) - 2(68)	= 17
			86-x-y+z

Procediendo igual para la Repetición II se obtendrán los siguientes resultados:

Total R_2 = 362+z   Total C = -86+x+y-z

Nótese que la suma de los valores C es igual a cero, lo que constituye una buena comprobación de los cálculos hasta aquí.

Gran Total = G = $R_1 + R_2$ = (276+x+y+362+z) = 638+x+y+z

Ahora se trata de encontrar valores aproximados para "y" y para "z". En las repeticiones donde están presentes, sus valores respectivos son 14 y 9, o sean variedades 12 en Rep. II y 14 en Rep.I. Se nota que la repetición II muestra valores más altos que la Rep. I, por lo que vale la pena hacer un ajuste por el efecto de repetición. Ignorando los valores faltantes, la media de la repetición I es 276/23 = 12 y la de la Repetición II es 362/24 = aproximadamente 15.

Para hacer algún ajuste por el efecto de repeticiones y como "y" falta en la Repetición I, se sustrae 3 (diferencia entre las medias 12 y 15) de su valor en la Repetición II dando 11. A "z" se le suma 3 a su valor en la Repetición I, dando 12 como la primera aproximación.

Usando los valores 11 y 12 se resuelve la fórmula para "x". Para r=2 y k=5:

$$X = \frac{25T - 2R + G - 10C + 5C'}{16}$$

En este punto es conveniente poner toda la información disponible en un sólo cuadro, como sigue:

CUADRO 3. Totales para Tratamientos

1	2	3	4	5
24+x	28	21	25	21
6	7	8	9	10
29	23	16	23	23
11	12	13	14	15
41	14+y	19	9+z	36

$$\frac{16}{29} \quad \frac{17}{27} \quad \frac{18}{25} \quad \frac{19}{22} \quad \frac{20}{30}$$

$$\frac{21}{22} \quad \frac{22}{38} \quad \frac{23}{23} \quad \frac{24}{37} \quad \frac{25}{33}$$

	Repetición I		Repetición II	
	B	C	B	C
	26+x	67-x	80	-15+x
	61	- 8	80	-30+y
	47+y	25-y+z	56	- 8
	74	-15	59+z	-2-z
	68	17	87	-31
	R_1= 276+x+y	86-x-y+z	R_2= 362+z	-86+x+y-z

Usando y=11 y z=12, del CUADRO 3 se encuentra para "x": T=24; R=276+11=287; G = 638+11+12=661; C =67; C'= (67-x)+(-15+x)= 52. Entonces:

$$X = \frac{(25)(24) - (2)(287) + 661 - (10)(67) + (5)(52)}{16} = \underline{17}$$

Poniendo x=17 y z=12, se tendrá para "y":

T=14; R=276+17=293; G=638+17+12=667; C=25+12=37; C'=25+12-30=7 o sea la suma de los valores donde aparece "y". Entonces:

$$Y = \frac{(25)(14) - (2)(293) + 667 - (10)(37) + (5)(7)}{16} = \underline{6}$$

Poniendo x=17 y y=6, se tendrá para "z":

$$Z = \frac{(25)(9) - (2)362) + 661 - (10)(-2) + (5)(17)}{16} = \underline{17}$$

Esto completa la primera vuelta. Usando estos valores y resolviendo de nuevo para x, y , y z, se obtendrán los valores x=18, y=15 y z=17. Obviamente los valores de x y z son casi idénticos a los obtenidos durante la primera vuelta y no hay necesidad de más cálculos. Si no fuera así, habría que continuar con las aproximaciones hasta lograr valores similares a los de de la vuelta anterior.

<u>Valores faltantes en experimentos con repeticiones del diseño básico.</u>

Si el diseño básico tiene "n" repeticiones y éstas son repetidas "p" veces, para dar un total de "np" repeticiones, la fórmula es:

$$X = \frac{(n-1)k^2T + (n-1)rR + G - nkC + kC' - n^2R'}{(n-1)(k-1)(rk-k-1)}$$

Todos los símbolos tienen el mismo significado que en el caso anterior, con excepción de C y C' que ahora se derivan de los totales de los grupos de bloques similares o sean los totales combinados de los bloques de los Grupos X, Y y Z usados en el análisis de variancia. R'= total de todas las repeticiones similares a la que contiene el valor faltante. Nótese que este total INCLUYE la repetición con el valor faltante.

Como ejemplo se usará un Látice Simple 5x5 con 4 repeticiones, donde:
n=2; p=2; np=r=4 y k=5.

CUADRO 4

Repetición III

						Totales Rep.I+Rep.III
1 / 13	2 / 26	3 / 9	4 / 13	5 / 11	= 72	104
6 / 15	7 / 18	8 / 22	9 / 11	10 / 15	= 81	142
11 / 19	12 / 10	13 / 10	14 / 10	15 / 16	= 65	119
16 / 21	17 / 16	18 / 17	19 / 4	20 / 17	= 75	149
21 / 15	22 / 12	23 / 13	24 / 20	25 / 8	= 68	136
					361	650

Repetición IV

						Totales Rep.II+Rep.IV
1 / 16	6 / 7	11 / 20	16 / 13	21 / 21	= 77	157
2 / 15	7 / 10	12 / 11	17 / 7	22 / 14	= 57	137
3 / 7	8 / 11	13 / 15	18 / 15	23 / 16	= 64	120
4 / 19	9 / 14	14 / 20	19 / 6	24 / 16	= 75	164
5 / 17	10 / 18	15 / 20	20 / 15	25 / 14	= 84	171
					357	749

Los cálculos se harán tomando en cuanta las 4 repeticiones. Para el análisis de variancia se requiere un cuadro con los totales de variedades, como sigue:

CUADRO 5 Totales Varietales. 4 Reps. (N°varietal entre paréntseis)

(1)59	(2)69	(3)37	(4)57	(5)49
(6)51	(7)51	(8)49	(9)48	(10)56
(11)80	(12)42	(13)44	(14)69	(15)72
(16)63	(17)50	(18)57	(19)32	(20)62
(21)58	(22)64	(23)52	(2473	(25)55

Asumiendo que la variedad o tratamiento (1) en la Rep. I (con valor 6 en el CUADRO 1) se ha perdido, los cálculos serán los siguientes:

T = total para el tratamiento con el valor faltante = $24+13+16 = \underline{53}$

R = total de la repetición que contiene el valor faltante = Tot. Rep. I menos 6 que es el valor perdido = $289-6 = \underline{283}$

R' = Tot. Rep. I + Tot. Rep. III = $283+361 = \underline{644}$

$G = \underline{1393}$

$C = 53+69+37+57+49 - (2)(104-6) = \underline{69}$ (Cuadros 5 y 4)

$C' = 69 + [53+51+80+63+58 - (2)(157)] = 69-9 = \underline{60}$

Estos cómputos dan, como valor para ser usado en el lugar del tratamiento (1):

$$X = \frac{(25)53) + (4)(283) + 1393 - (10)(69) + (5)(60) - (4)(644)}{56} = \underline{16}$$

Usando este valor se procederá al análisis de variancia. Para más de un valor perdido se seguirá el método de la interpolaión y la aproximación, ya descrito.

Las fórmulas presentadas se refieren a valores perdidos en experimentos Látice Simple y Látice Triple. <u>DEBE RECORDARSE QUE POR CADA VALOR PERDIDO, CALCULADO, DEBE RESTARSE UN GRADO DE LIBERTAD AL ERROR INTRABLOQUE.</u>

Si el experimentador se satisface con un valor aproximado, será suficiente tratar el experimento como si fuese en Bloques Completos al Azar y aplicar la fórmula:

$X = \dfrac{rB + tT - G}{(r-1)(t-1)}$, ya descrita. El valor aproximado obtenido se usará en el análisis de variancia como látice.

Como resultado de las perturbaciones que causan los valores faltantes, la suma de cuadrados para tratamientos tiende a ser ligeramente abultada; no obstante, la prueba de significación no se verá muy viciada a menos que los valores faltantes sean muchos, en cuyo caso el experimentador puede querer eliminar algunos tratamientos y analizar el experimento como BCA.

El cálculo de las parcelas perdidas usando la fórmula para BCA es adecuado en muchos casos. Pero si el valor o los valores faltantes ocurren en un bloque de bajo rendimiento, serán ligeramente sobrestimados y serán subestimados si ocurren en bloques de alto rendimiento.

EXPERIMENTOS EN PARCELAS DIVIDIDAS

(Split-Plot)

El arreglo en parcelas divididas es útil al diseñar experimentos que involucran dos o más factores. El arreglo de las parcelas y el análisis de los datos se ilustrará usando un ejemplo diseñado para determinar el efecto de variar las distancias entre hileras o surcos y entre plantas dentro de los surcos, sobre el rendimiento de la soya.

Se sembraron parcelas de 4 surcos de 40 m. de largo cada una usando 40, 50, 60, 70, 80 y 100 cm. de distancia entre surcos. Estas parcelas PRINCIPALES se dividieron en 4 SUB-PARCELAS de 10 m. cada una y las semillas se espaciaron a 1, 3, 5 y 8 cm. dentro de ellas. El experimento se repitió 4 veces y solamente se cosecharon los dos surcos centrales de cada parcela.

Por ejemplo, el arreglo de las parcelas y sub-parcelas en la repetición III fue el siguiente:

40	1	3	8	5
80	3	8	5	1
70	8	1	3	5
100	5	3	1	8
60	3	8	5	1
50	8	3	1	5

El orden de las parcelas principales (distancias entre surcos) fue al azar y los cuatro espaciamientos (sub-parcelas) se distribuyeron al azar dentro de cada parcela principal.

Rep.	Entre Hileras cm.	1	3	5	8	Suma	Total Reps.
I	40	25.1	21.3	22.3	22.1	90.8	
	50	21.8	22.7	22.2	22.8	89.5	
	60	21.9	21.8	21.2	20.6	85.5	
	70	21.2	20.4	20.4	17.9	79.9	
	80	20.7	20.0	18.3	20.0	79.0	
	100	19.5	18.3	17.5	16.3	71.6	496.3
II	40	25.2	19.9	22.1	22.7	89.9	
	50	21.9	21.3	22.1	22.9	88.2	
	60	19.7	19.8	20.1	19.8	79.4	
	70	20.8	21.2	18.8	20.6	81.4	
	80	18.5	20.7	17.5	16.4	73.1	
	100	18.5	18.2	19.8	15.9	72.4	484.4

III	40	15.7	21.6	22.9	20.3	80.5	
	50	22.0	20.4	22.4	20.7	85.5	
	60	25.5	20.7	20.7	20.5	87.4	
	70	21.5	19.9	20.5	20.9	82.8	
	80	22.0	19.3	18.1	17.8	77.2	
	100	20.5	16.4	17.5	18.5	72.9	486.3
IV	40	23.8	29.0	12.3	23.5	88.6	
	50	27.0	21.2	20.5	20.7	89.4	
	60	23.5	20.0	22.3	19.8	85.6	
	70	22.5	21.5	22.7	18.9	85.6	
	80	23.9	18.4	20.7	18.7	81.7	
	100	19.9	17.8	16.9	18.5	73.1	504.0
Suma		522.6	491.8	479.8	476.8	1971.0	1971.0

Como el arreglo utilizado en este experimento fue en Bloques Completos al Azar, se analiza primero los totales de las parcelas PRINCIPALES, según ese arreglo, así:

Factor de Corrección = FC = $(1971.0)^2/96$ = 40,467.09

Suma Total de Cuadrados = SCT = $(25.1)^2+....+(18.5)^2$ - FC = 578.83

Suma Cuadrados Repeticiones = SCR = $(496.3)^2+...+(504.0)^2$ - FC = 10.44

Suma de Cuadrados Parcelas Principales o distancias entre surcos = SCDS =
= $(90.8)^2+(89.5)^2+....+(81.7)^2+(73.1)^2/4$ - FC = 225.05

Los datos del Cuadro anterior se arreglan ahora por TOTALES ENTRE HILERAS dentro de espaciamientos en las hileras, de la siguiente manera:

Entre Hileras	Espaciamiento dentro 1	3	5	8	Suma	Promedio
40	89.8	91.8	79.6	88.6	349.8	21.9
50	92.7	85.6	87.2	87.1	352.6	22.0
60	90.6	82.3	84.3	80.7	337.9	21.1
70	86.0	83.0	82.4	78.3	329.7	20.6
80	85.1	78.4	74.6	72.9	311.0	19.4
100	78.4	70.7	71.7	69.2	290.0	18.1
Suma	522.6	491.8	479.8	476.8	1971.0	
Promedio	21.8	20.5	20.0	19.9		

La Suma de Cuadrados para Distancias entre Surcos = SCES =

$(349.8)^2+....+(290.0)^2/ 16$ - FC = 182.05

La Suma de Cuadrados para Error (a) se obtiene restando a la suma de cuadrados para parcelas principales (225.05) la suma de cuadrados para Distancias entre surcos (182.05) y la suma de cuadrados para repeticiones (10.44). i.e.

225.05 - 182.05 - 10.44 = Suma de Cuadrados Error (a) = 32.56

La Suma de Cuadrados para Distancias Entre surcos es igual a :

$$(522.6)^2+(491.8)^2+\ldots+(476.8)^2/24 - FC = 54.75$$

La Suma de Cuadrados totales para Distancias dentro de Surcos o sean las sub-parcelas, es igual a:

$$(89.8)^2+(92.7)^2+\ldots(72.9)^2+(69.2)^2/4 - FC = 267.23$$

De esta suma de cuadrados se sustraen la suma de cuadrados para espaciamientos entre hileras (182.05) y para distancias dentro de surcos (54.75) para obtener la Suma de Cuadrados de la Interacción , Distancia entre surcos x Distancia dentro de surcos. i.e. 267.23-182.05-54.75 = 30.43.

La Suma de Cuadrados para Error (b) se obtiene restando a la Suma de cuadrados totales (578.83) todas las demás sumas de cuadrados. i.e.
578.83-10.44-182.05-32.56-54.75-30.43 = 578.83-310.23 = 268.60

ANALISIS DE VARIANCIA

Fuente de Variación		gl	SC	CM	F
Parcelas Principales					
Repeticiones (R)	(r-1)	3	10.44	3.48	1.60
Dist. Entre Surcos (A)	(a-1)	5	182.05	36.41	16.78**
Error (a) (RxA)	(r-1)(r-1)	15	32.56	2.17	
Total	(ra-1)	23	225.05		
Sub-parcelas					
Dist. Dentro Surcos (B)	(b-1)	3	54.75	18.25	3.67*
Iteracción (A x B)	(a-1)(b-1)	15	30.43	2.03	
Error (b)	a(r-1)(b-1)	54	268.60	4.97	
Total	ra(b-1)	72	353.78		
Gran Total	(rab-1)	95	578.83		

Se puede notar que el valor de F para la comparación entre los cuadrados medios para distancias entre hileras y para el error (a) da un valor altamente significativo. El cuadrado medio para distancias entre los surcos se compara con el del error (b) y aunque excede el valor de 5% no alcanza el punto de 1%. El cuadrado medio para la Interacción distancia entre surcos x distancias dentro de surcos, es claramente menor que el cuadrado medio del error (b) y por lo tanto no alcanza significación.

A partir de estos datos se puede concluir que las diferencias en rendimiento de esta variedad de soya, sembrada a diferentes distancias entre surcos, fueron independientes de las distancias de siembra dentro de los surcos o sea que no hay interacción significativa entre estos factores. Por lo tanto, la siembra que se espera produzca los rendimientos más altos sería la combinación de la distancia promedio mayor entre surcos y dentro de los surcos.

El Error Estándar de la diferencia entre dos medias PARA DISTANCIAS ENTRE SURCOS DIFERENTES es:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_a^2}{16}} = \sqrt{(2)(2.17)/16} = \underline{0.521}$$

El divisor es 16 dado que las medias están basadas en 16 parcelas. Dado que el valor de "t" para 15 grados de libertad (del error (a)) es 2.13, el nivel mínimo de significación sería 2.13 x 0.521 = 1.11. El rendimiento promedio de todas las parcelas con distancias de 50 cm. entre surcos fue de 22.0 y el rendimiento promedio para la distancia de 70 cm. fue de 20.6. La diferencia de 1.4 excede el nivel mínimo de significación y puede juzgarse significativa. En igual forma se pueden comparar las otras medias para espaciamientos entre surcos o hileras.

El error estándar de la diferencia entre dos medias PARA DISTANCIAS DENTRO DE SURCOS DIFERENTES, sería:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_b^2}{24}} = \sqrt{\frac{(2)(4.97)}{24}} = \underline{0.644}$$

Dado que el valor de "t" al punto de 5% y para 54 grados de libertad es 2.00, aquellas diferencias que excedan 2.00 x 0.644 = 1.30 pueden juzgarse significativas. Así por ejemplo, comparando las medias para las distancias dentro del surco de 5 cm. y 1 cm. (21.8 - 20.0 = 1.8) se ve que hubo una reducción de 1.8, la que es significativa. Etc.

El Error estándar de la diferencia entre 2 distancias entre surcos, dentro de la misma distancia dentro de surcos, sería:

$$S_d = \sqrt{2[(a-1)E_b + E_a] / ra}$$ **; donde a = N°de distancias entre surcos (4) y**

r = N°de repeticiones (4). Sustituyendo en la fórmula:

$$S_d = \sqrt{2[(4-1)4.97 + 2.17] / 16} = \sqrt{1.59} = \underline{1.26}$$

El Error estsandar dė la diferencia entre 2 distancias dentro de surco, dentro dė la misma distancia entre surcos, sería:

$$S_d = \sqrt{2E_b / r} = \sqrt{2(4.97 / 4} = \sqrt{2.49} = \underline{1.58}$$

En este último caso los grados de libertad para buscar el valor de "t" al nivel de 5% serán los del error (b) = 54 o sea "t 5%" = 2.00.

Para determinar el nivel de significación de "t" para el primer caso arriba, se usa la fórmula siguiente:

$t = (n-1)E_b t_b + E_a t_a \;/\; (n-1)E_b + E_a$

Sustituyendo:

$t = (3)4.97)(2.00) + (2.17)(2.13) \;/\; (3)(4.97) + 2.17 = \underline{2.02}$

En la fórmula arriba : n= N°de subparcelas en cada parcela principal = 4.
t_b = valor de t tabulado para 54 grados de libertad del Error (b) = 2.00;
t_a = valor de t tabulado para 15 grados de libertad del Error (a) = 2.13;
ambos valores al nivel del 5%. Generalmente este valor de "t" cae entre los del Error (a) y el Error (b) y en la práctica se puede tomar el promedio de los dos (2.00 + 2.13 / 2 = 2.06.

VALORES FALTANTES. Parcelas divididas de un experimento en Bloques Completos al azar.

La fórmula para la estimación de UNA subparcela perdida es :

$X = pR + qM - P \;/\; (p-1)(q-1)$, donde:

x = rendimiento estimado de la subparcela perdida.
p = N°de subparcelas por parcela principal;
q = N°de repeticiones
M = Rendimiento total CONOCIDO de la parcela principal específica que contiene la subparcela perdida;
P = Rendimiento total CONOCIDO del <u>tratamiento</u> en la parcela parcela principal que contiene la subparcela perdida; y
R = Total de los rendimientos CONOCIDOS del tratamiento en las subparcelas a las cuales pertenece la perdida.

Si hay varios valores faltantes, se usa repetidamente la fórmula como en el caso de los experimentos en Bloques Completos al Azar. DEBE RECORDARSE RESTAR UN GRADO DE LIBERTAD DEL ERROR (b) POR CADA VALOR FALTANTE ESTIMADO.

Cuando se estiman parcelas perdidas se sugiere usar los errores estándar que siguen.

El error estándar de la diferencia entre dos medias de subparcela con un valor faltante es:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E_b}{qm}\left[1 + \frac{p}{2m(q-1)(p-1)}\right]}$$

El error estándar de la diferencia entre dos medias de subparcelas dentro del mismo tratamiento en la parcela principal es:

$$S_d = \sqrt{\frac{2E_b}{q}\left[1 + \frac{p}{2(q-1)(p-1)}\right]}$$

El error estándar de la diferencia entre dos medias de tratamientos de parcelas principales una con un valor faltante y la otra sin valores faltantes es:

$$S_d = \sqrt{\frac{2}{pq}\left[E_a + \frac{E_b}{2(q-1)(p-1)}\right]}$$

En estas fórmulas:

E_b = Cuadrado medio del Error (b)

E_a = Cuadrado medio del Error (a)

m = N°de tratamientos en las Parcelas Principales

p = N° de subparcelas por parcela principal

q = N°de repeticiones.

VARIACIONES DEL DISEÑO

EN PARCELAS DIVIDIDAS

Las variaciones del diseño en parcelas divididas de uso más corriente son: Sud-divisiones repetidas y Arreglo sistemático de las parcelas principales.

Sub-divisiones repetidas aplican cuando se desea aplicar un tratamiento a la parcela principal y dentro de ella se incluyen dos o más tratamientos. Por ejemplo, el experimentador querría probar 3 variedades (en las parcelas principales) y dentro de cada variedad 2 espaciamientos entre surcos y dos espaciamientos dentro de los surcos. Usando 3 repeticiones el arreglo de las parcelas en una de las repeticiones podría ser:

Variedad 1				Variedad 2				Variedad 3			
a_1 b_1	a_1 b_2	a_2 b_1	a_2 b_2	a_2 b_1	a_2 b_2	a_1 b_2	a_1 b_1	a_1 b_2	a_1 b_1	a_2 b_1	a_2 b_2

Donde a_1 = 45 cm. entre surcos; a_2 = 50 cm. entre surcos; b_1 = 20 cm. entre plantas dentro del surco; b_2 = 25 cm. entre plantas.

La distribución de los Grados de Libertad en al Análisis de Variancia sería como sigue:

Repeticiones (R)	(r-1) = 2
Variedades (C)	(c-1) = 2
Error (a)	(c-1)(r-1) = 4
Parcelas Variedades	(rc-1) = 8
Distancias entre Surcos (A)	(a-1) = 1
Interacción C x A	(a-1)(c-1) = 2
Error (b)	c(r-1)(a-1) = 6
Parcelas Dist. entre Surcos	rc(a-1) = 9
Distancias entre plantas (B)	(b-1) = 1
Interacción B x C	(b-1)(c-1) = 2
Interacción B x A	(b-1)(a-1) = 1
Interacción B x A x C	(b-1)(a-1)(c-1) = 2
Error (c)	ac(b-1)(r-1) = 12
Total	(rabc-1) = 35

Hay tres errorres experimentales. Los errores (a) y (b) tienen las mismas funciones descritas anteriormente y se calculan de la misma manera, excepto que se introduce un divisor extra "b" en este caso, en todas las sumas de cuadrados para presentar el análisis con base en sub-sub-parcelas. El Error (c) que por lo general es el menor de los tres, se usa para las pruebas de significación de B, BxC, BxA y BxAxC.

En la tabla arriba: r = N°de repeticiones; c = N°de variedades o Parcelas Principales; a = distancias entre surcos; b = distancias entre plantas.

Los cómputos para el análisis de variancia son como en el ejemplo numérico presentado usando una extensión simple de los procedimientos. La Suma de Cuadrados para la interacción BxC, por ejemplo, se obtiene calculando la suma total de cuadrados para B y C en una tabla de doble entrada y sustrayendo la suma de cuadrados para B y para C individualmente. De manera idéntica se calculan las otras sumas de cuadrados. La Suma de Cuadrados para el Error (c) se calcula sustrayendo a la suma total de cuadrados de las sub-sub-parcelas, las contribuciones de todos los otros ítems en el análisis.

Los ERRORRES ESTANDAR para el diseño en Parcelas Divididas con dos Sub-divisiones, como en este caso, serían:

Comparaciones entre
Tratamientos

Comparaciones

$(b_2 - b_1)$	$\sqrt{2E_b/rac}$
$c_1b_2 - c_1b_1$	$\sqrt{2E_b/ra}$
$c_2b_1 - c_1b_1$	$\sqrt{2(b-1)E_b + E_a\ /rab}$
$a_1b_2 - a_1b_1$	$\sqrt{2E_b\ /\ rc}$
$a_2b_1 - a_1b_1$	$\sqrt{2(b-1)E_b + E_a\ /rbc}$

Arreglo Sistemático de las Parcelas Principales.

Ciertos tipos de experimentos hacen necesario o deseable arreglar las Parcelas Principales en un diseño sistemático. Este arreglo es particularmente conveniente cuando se usan, por ejemplo, variedades que difieren en madurez. Las operaciones de campo se facilitan si las mismas se plantan en el orden en el cual estarán listas para cosecharse. Las sub-parcelas podrían ser diferentes tratamientos de semilla. Otro caso, entre muchos otros, sería cuando se quieren probar diferentes fechas de siembra (en las parcelas principales) y varias variedades en las sub-parcelas, etc.

El diseño de campo de un experimento con 3 fechas de siembra, 4 variedades y dos repeticiones, podría ser:

	Mayo 10				Mayo 15				Mayo 20			
Rep. I	v_1	v_3	v_4	v_2	v_1	v_4	v_3	v_2	v_4	v_3	v_2	v_1
Rep.II	v_1	v_4	v_3	v_2	v_3	v_2	v_4	v_1	v_1	v_3	v_4	v_2
	Mayo 10				Mayo 15				Mayo 20			

Las parcelas principales se han dividido en 4 sub-parcelas y las cuatro variedades se distribuyeron al azar dentro de cada parcela principal. Como las parcels principales no fueron distribudas al azar, este arreglo no provee un estimado del error válido para probar las Fechas de siembra; pero sí hay un error válido para probar los efectos varietales y la interacción fechas de siembra x variedades.

Los grados de libertad en este experimento serían:

Parcelas Principales	5
Sub-parcelas	
Variedades	3
Variedades x Fechas	6
Error	9
Total	23

TABLA A. VALORES DE "F" y "t"

Valores para 5% arriba y para 1% abajo en las columnas

f_2	Grados de Libertad para Cuadrado Medio Mayor																								Valores de t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
1	161 4,052	200 4,999	216 5,403	225 5,625	230 5,764	234 5,859	237 5,928	239 5,981	241 6,022	242 6,056	243 6,082	244 6,106	245 6,142	246 6,169	248 6,208	249 6,234	250 6,258	251 6,286	252 6,302	253 6,323	253 6,334	254 6,352	254 6,361	254 6,366	12.7 63.7
2	18.51 98.49	19.00 99.00	19.16 99.17	19.25 99.25	19.30 99.30	19.33 99.33	19.36 99.34	19.37 99.36	19.38 99.38	19.39 99.40	19.40 99.41	19.41 99.42	19.42 99.43	19.43 99.44	19.44 99.45	19.45 99.46	19.46 99.47	19.47 99.48	19.47 99.48	19.48 99.49	19.49 99.49	19.49 99.49	19.50 99.50	19.50 99.50	4.30 9.92
3	10.13 34.12	9.55 30.82	9.28 29.46	9.12 28.71	9.01 28.24	8.94 27.91	8.88 27.67	8.84 27.49	8.81 27.34	8.78 27.23	8.76 27.13	8.74 27.05	8.71 26.92	8.69 26.83	8.66 26.69	8.64 26.60	8.62 26.50	8.60 26.41	8.58 26.35	8.57 26.27	8.56 26.23	8.54 26.18	8.54 26.14	8.53 26.12	3.18 5.84
4	7.71 21.20	6.94 18.00	6.59 16.69	6.39 15.98	6.26 15.52	6.16 15.21	6.09 14.98	6.04 14.80	6.00 14.66	5.96 14.54	5.93 14.45	5.91 14.37	5.87 14.24	5.84 14.15	5.80 14.02	5.77 13.93	5.74 13.83	5.71 13.74	5.70 13.69	5.68 13.61	5.66 13.57	5.65 13.52	5.64 13.48	5.63 13.46	2.78 4.60
5	6.61 16.26	5.79 13.27	5.41 12.06	5.19 11.39	5.05 10.97	4.95 10.67	4.88 10.45	4.82 10.27	4.78 10.15	4.74 10.05	4.70 9.96	4.68 9.89	4.64 9.77	4.60 9.68	4.56 9.55	4.53 9.47	4.50 9.38	4.46 9.29	4.44 9.24	4.42 9.17	4.40 9.13	4.38 9.07	4.37 9.04	4.36 9.02	2.57 4.03
6	5.99 13.74	5.14 10.92	4.76 9.78	4.53 9.15	4.39 8.75	4.28 8.47	4.21 8.26	4.15 8.10	4.10 7.98	4.06 7.87	4.03 7.79	4.00 7.72	3.96 7.60	3.92 7.52	3.87 7.39	3.84 7.31	3.81 7.23	3.77 7.14	3.75 7.09	3.72 7.02	3.71 6.99	3.69 6.94	3.68 6.90	3.67 6.88	2.45 3.71
7	5.59 12.25	4.74 9.55	4.35 8.45	4.12 7.85	3.97 7.46	3.87 7.19	3.79 7.00	3.73 6.84	3.68 6.71	3.63 6.62	3.60 6.54	3.57 6.47	3.52 6.35	3.49 6.27	3.44 6.15	3.41 6.07	3.38 5.98	3.34 5.90	3.32 5.85	3.29 5.78	3.28 5.75	3.25 5.70	3.24 5.67	3.23 5.65	2.36 3.50
8	5.32 11.26	4.46 8.65	4.07 7.59	3.84 7.01	3.69 6.63	3.58 6.37	3.50 6.19	3.44 6.03	3.39 5.91	3.34 5.82	3.31 5.74	3.28 5.67	3.23 5.56	3.20 5.48	3.15 5.36	3.12 5.28	3.08 5.20	3.05 5.11	3.03 5.06	3.00 5.00	2.98 4.96	2.96 4.91	2.94 4.88	2.93 4.86	2.31 3.36
9	5.12 10.56	4.26 8.02	3.86 6.99	3.63 6.42	3.48 6.06	3.37 5.80	3.29 5.62	3.23 5.47	3.18 5.35	3.13 5.26	3.10 5.18	3.07 5.11	3.02 5.00	2.98 4.92	2.93 4.80	2.90 4.73	2.86 4.64	2.82 4.56	2.80 4.51	2.77 4.45	2.76 4.41	2.73 4.36	2.72 4.33	2.71 4.31	2.26 3.25
10	4.96 10.04	4.10 7.56	3.71 6.55	3.48 5.99	3.33 5.64	3.22 5.39	3.14 5.21	3.07 5.06	3.02 4.95	2.97 4.85	2.94 4.78	2.91 4.71	2.86 4.60	2.82 4.52	2.77 4.41	2.74 4.33	2.70 4.25	2.67 4.17	2.64 4.12	2.61 4.05	2.59 4.01	2.56 3.96	2.55 3.93	2.54 3.91	2.23 3.17
11	4.84 9.65	3.98 7.20	3.59 6.22	3.36 5.67	3.20 5.32	3.09 5.07	3.01 4.88	2.95 4.74	2.90 4.63	2.86 4.54	2.82 4.46	2.79 4.40	2.74 4.29	2.70 4.21	2.65 4.10	2.61 4.02	2.57 3.94	2.53 3.86	2.50 3.80	2.47 3.74	2.45 3.70	2.42 3.66	2.41 3.62	2.40 3.60	2.20 3.11
12	4.75 9.33	3.88 6.93	3.49 5.95	3.26 5.41	3.11 5.06	3.00 4.82	2.92 4.65	2.85 4.50	2.80 4.39	2.76 4.30	2.72 4.22	2.69 4.16	2.64 4.05	2.60 3.98	2.54 3.86	2.50 3.78	2.46 3.70	2.42 3.61	2.40 3.56	2.36 3.49	2.35 3.46	2.32 3.41	2.31 3.38	2.30 3.36	2.18 3.05
13	4.67 9.07	3.80 6.70	3.41 5.74	3.18 5.20	3.02 4.86	2.92 4.62	2.84 4.44	2.77 4.30	2.72 4.19	2.67 4.10	2.63 4.02	2.60 3.96	2.55 3.85	2.51 3.78	2.46 3.67	2.42 3.59	2.38 3.51	2.34 3.42	2.32 3.37	2.28 3.30	2.26 3.27	2.24 3.21	2.22 3.18	2.21 3.16	2.16 3.01

TABLA A. Continúa

f_2	Grados de Libertad para Cuadrado Medio Mayor																								Valores de t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
14	4.60 8.86	3.74 6.51	3.34 5.56	3.11 5.03	2.96 4.69	2.85 4.46	2.77 4.28	2.70 4.14	2.65 4.03	2.60 3.94	2.56 3.86	2.53 3.80	2.48 3.70	2.44 3.62	2.39 3.51	2.35 3.43	2.31 3.34	2.27 3.26	2.24 3.21	2.21 3.14	2.19 3.11	2.16 3.06	2.14 3.02	2.13 3.00	2.14 2.98
15	4.54 8.68	3.68 6.36	3.29 5.42	3.06 4.89	2.90 4.56	2.79 4.32	2.70 4.14	2.64 4.00	2.59 3.89	2.55 3.80	2.51 3.73	2.48 3.67	2.43 3.56	2.39 3.48	2.33 3.36	2.29 3.29	2.25 3.20	2.21 3.12	2.18 3.07	2.15 3.00	2.12 2.97	2.10 2.92	2.08 2.89	2.07 2.87	2.13 2.95
16	4.49 8.53	3.63 6.23	3.24 5.29	3.01 4.77	2.85 4.44	2.74 4.20	2.66 4.03	2.59 3.89	2.54 3.78	2.49 3.69	2.45 3.61	2.42 3.55	2.37 3.45	2.33 3.37	2.28 3.25	2.24 3.18	2.20 3.10	2.16 3.01	2.13 2.96	2.09 2.89	2.07 2.86	2.04 2.80	2.02 2.77	2.01 2.75	2.12 2.92
17	4.45 8.40	3.59 6.11	3.20 5.18	2.96 4.67	2.81 4.34	2.70 4.10	2.62 3.93	2.55 3.79	2.50 3.68	2.45 3.59	2.41 3.52	2.38 3.45	2.33 3.35	2.29 3.27	2.23 3.16	2.19 3.08	2.15 3.00	2.11 2.92	2.08 2.86	2.04 2.79	2.02 2.76	1.99 2.70	1.97 2.67	1.96 2.65	2.11 2.90
18	4.41 8.28	3.55 6.01	3.16 5.09	2.93 4.58	2.77 4.25	2.66 4.01	2.58 3.85	2.51 3.71	2.46 3.60	2.41 3.51	2.37 3.44	2.34 3.37	2.29 3.27	2.25 3.19	2.19 3.07	2.15 3.00	2.11 2.91	2.07 2.83	2.04 2.78	2.00 2.71	1.98 2.68	1.95 2.62	1.93 2.59	1.92 2.57	2.10 2.88
19	4.38 8.18	3.52 5.93	3.13 5.01	2.90 4.50	2.74 4.17	2.63 3.94	2.55 3.77	2.48 3.63	2.43 3.52	2.38 3.43	2.34 3.36	2.31 3.30	2.26 3.19	2.21 3.12	2.15 3.00	2.11 2.92	2.07 2.84	2.02 2.76	2.00 2.70	1.96 2.63	1.94 2.60	1.91 2.54	1.90 2.51	1.88 2.49	2.09 2.86
20	4.35 8.10	3.49 5.85	3.10 4.94	2.87 4.43	2.71 4.10	2.60 3.87	2.52 3.71	2.45 3.56	2.40 3.45	2.35 3.37	2.31 3.30	2.28 3.23	2.23 3.13	2.18 3.05	2.12 2.94	2.08 2.86	2.04 2.77	1.99 2.69	1.96 2.63	1.92 2.56	1.90 2.53	1.87 2.47	1.85 2.44	1.84 2.42	2.09 2.85
21	4.32 8.02	3.47 5.78	3.07 4.87	2.84 4.37	2.68 4.04	2.57 3.81	2.49 3.65	2.42 3.51	2.37 3.40	2.32 3.31	2.28 3.24	2.23 3.17	2.20 3.07	2.15 2.99	2.09 2.88	2.05 2.80	2.00 2.72	1.96 2.63	1.93 2.58	1.89 2.51	1.87 2.47	1.84 2.42	1.82 2.38	1.81 2.36	2.08 2.83
22	4.30 7.94	3.44 5.72	3.05 4.82	2.82 4.31	2.66 3.99	2.55 3.76	2.47 3.59	2.40 3.45	2.35 3.35	2.30 3.26	2.26 3.18	2.23 3.12	2.18 3.02	2.13 2.94	2.07 2.83	2.03 2.75	1.98 2.67	1.93 2.58	1.91 2.53	1.87 2.46	1.84 2.42	1.81 2.37	1.80 2.33	1.78 2.31	2.07 2.82
23	4.28 7.88	3.42 5.66	3.03 4.76	2.80 4.26	2.64 3.94	2.53 3.71	2.45 3.54	2.38 3.41	2.32 3.30	2.28 3.21	2.24 3.14	2.20 3.07	2.14 2.97	2.10 2.89	2.04 2.78	2.00 2.70	1.96 2.62	1.91 2.53	1.88 2.48	1.84 2.41	1.82 2.37	1.79 2.32	1.77 2.28	1.76 2.26	2.07 2.81
24	4.26 7.82	3.40 5.61	3.01 4.72	2.78 4.22	2.62 3.90	2.51 3.67	2.43 3.50	2.36 3.36	2.30 3.25	2.26 3.17	2.22 3.09	2.18 3.03	2.13 2.93	2.09 2.85	2.02 2.74	1.98 2.66	1.94 2.58	1.89 2.49	1.86 2.44	1.82 2.36	1.80 2.33	1.76 2.27	1.74 2.23	1.73 2.21	2.06 2.80
25	4.24 7.77	3.38 5.57	2.99 4.68	2.76 4.18	2.60 3.86	2.49 3.63	2.41 3.46	2.34 3.32	2.28 3.21	2.24 3.13	2.20 3.05	2.16 2.99	2.11 2.89	2.06 2.81	2.00 2.70	1.96 2.62	1.92 2.54	1.87 2.45	1.84 2.40	1.80 2.32	1.77 2.29	1.74 2.23	1.72 2.19	1.71 2.17	2.06 2.79
26	4.22 7.72	3.37 5.53	2.98 4.64	2.74 4.14	2.59 3.82	2.47 3.59	2.39 3.42	2.32 3.29	2.27 3.17	2.22 3.09	2.18 3.02	2.15 2.96	2.10 2.86	2.05 2.77	1.99 2.66	1.95 2.58	1.90 2.50	1.85 2.41	1.82 2.36	1.78 2.28	1.76 2.25	1.72 2.19	1.70 2.15	1.69 2.13	2.05 2.78

The function, $F = e$ with exponent $2z$, is computed in part from Fisher's table VI (7). Additional entries are by interpolation, mostly graphical.

TABLA A. Continúa

f_2	Grados de Libertad para Cuadrado Medio Mayor																								Valores de t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
27	4.21 7.68	3.35 5.49	2.96 4.60	2.73 4.11	2.57 3.79	2.46 3.56	2.37 3.39	2.30 3.26	2.25 3.14	2.20 3.06	2.16 2.98	2.13 2.93	2.08 2.83	2.03 2.74	1.97 2.63	1.93 2.55	1.88 2.47	1.84 2.38	1.80 2.33	1.76 2.25	1.74 2.21	1.71 2.16	1.68 2.12	1.67 2.10	2.05 2.77
28	4.20 7.64	3.34 5.45	2.95 4.57	2.71 4.07	2.56 3.76	2.44 3.53	2.36 3.36	2.29 3.23	2.24 3.11	2.19 3.03	2.15 2.95	2.12 2.90	2.06 2.80	2.02 2.71	1.96 2.60	1.91 2.52	1.87 2.44	1.81 2.35	1.78 2.30	1.75 2.22	1.72 2.18	1.69 2.13	1.67 2.09	1.65 2.06	2.05 2.76
29	4.18 7.60	3.33 5.42	2.93 4.54	2.70 4.04	2.54 3.73	2.43 3.50	2.35 3.33	2.28 3.20	2.22 3.08	2.18 3.00	2.14 2.92	2.10 2.87	2.05 2.77	2.00 2.68	1.94 2.57	1.90 2.49	1.85 2.41	1.80 2.32	1.77 2.27	1.73 2.19	1.71 2.15	1.68 2.10	1.65 2.06	1.64 2.03	2.04 2.76
30	4.17 7.56	3.32 5.39	2.92 4.51	2.69 4.02	2.53 3.70	2.42 3.47	2.34 3.30	2.27 3.17	2.21 3.06	2.16 2.98	2.12 2.90	2.09 2.84	2.04 2.74	1.99 2.66	1.93 2.55	1.89 2.47	1.84 2.38	1.79 2.29	1.76 2.24	1.72 2.16	1.69 2.13	1.66 2.07	1.64 2.03	1.62 2.01	2.04 2.75
32	4.15 7.50	3.30 5.34	2.90 4.46	2.67 3.97	2.51 3.66	2.40 3.42	2.32 3.25	2.25 3.12	2.19 3.01	2.14 2.94	2.10 2.86	2.07 2.80	2.02 2.70	1.97 2.62	1.91 2.51	1.86 2.42	1.82 2.34	1.76 2.25	1.74 2.20	1.69 2.12	1.67 2.08	1.64 2.02	1.61 1.98	1.59 1.96	2.04 2.74
34	4.13 7.44	3.28 5.29	2.88 4.42	2.65 3.93	2.49 3.61	2.38 3.38	2.30 3.21	2.23 3.08	2.17 2.97	2.12 2.89	2.08 2.82	2.05 2.76	2.00 2.66	1.95 2.58	1.89 2.47	1.84 2.38	1.80 2.30	1.74 2.21	1.71 2.15	1.67 2.08	1.64 2.04	1.61 1.98	1.59 1.94	1.57 1.91	2.03 2.73
36	4.11 7.39	3.26 5.25	2.86 4.38	2.63 3.89	2.48 3.58	2.36 3.35	2.28 3.18	2.21 3.04	2.15 2.94	2.10 2.86	2.06 2.78	2.03 2.72	1.98 2.62	1.93 2.54	1.87 2.43	1.82 2.35	1.78 2.26	1.72 2.17	1.69 2.12	1.65 2.04	1.62 2.00	1.59 1.94	1.56 1.90	1.55 1.87	2.03 2.72
38	4.10 7.35	3.25 5.21	2.85 4.34	2.62 3.86	2.46 3.54	2.35 3.32	2.26 3.15	2.19 3.02	2.14 2.91	2.09 2.82	2.05 2.75	2.02 2.69	1.96 2.59	1.92 2.51	1.85 2.40	1.80 2.32	1.76 2.22	1.71 2.14	1.67 2.08	1.63 2.00	1.60 1.97	1.57 1.90	1.54 1.86	1.53 1.84	2.02 2.71
40	4.08 7.31	3.23 5.18	2.84 4.31	2.61 3.83	2.45 3.51	2.34 3.29	2.25 3.12	2.18 2.99	2.12 2.88	2.07 2.80	2.04 2.73	2.00 2.66	1.95 2.56	1.90 2.49	1.84 2.37	1.79 2.29	1.74 2.20	1.69 2.11	1.66 2.05	1.61 1.97	1.59 1.94	1.55 1.88	1.53 1.84	1.51 1.81	2.02 2.70
42	4.07 7.27	3.22 5.15	2.83 4.29	2.59 3.80	2.44 3.49	2.32 3.26	2.24 3.10	2.17 2.96	2.11 2.86	2.06 2.77	2.02 2.70	1.99 2.64	1.94 2.54	1.89 2.46	1.82 2.35	1.78 2.26	1.73 2.17	1.68 2.08	1.64 2.02	1.60 1.94	1.57 1.91	1.54 1.85	1.51 1.80	1.49 1.78	2.02 2.70
44	4.06 7.24	3.21 5.12	2.82 4.26	2.58 3.78	2.43 3.46	2.31 3.24	2.23 3.07	2.16 2.94	2.10 2.84	2.05 2.75	2.01 2.68	1.98 2.62	1.92 2.52	1.88 2.44	1.81 2.32	1.76 2.24	1.72 2.15	1.66 2.06	1.63 2.00	1.58 1.92	1.56 1.88	1.52 1.82	1.50 1.78	1.48 1.75	2.02 2.69
46	4.05 7.21	3.20 5.10	2.81 4.24	2.57 3.76	2.42 3.44	2.30 3.22	2.22 3.05	2.14 2.92	2.09 2.82	2.04 2.73	2.00 2.66	1.97 2.60	1.91 2.50	1.87 2.42	1.80 2.30	1.75 2.22	1.71 2.13	1.65 2.04	1.62 1.98	1.57 1.90	1.54 1.86	1.51 1.80	1.48 1.76	1.46 1.72	2.01 2.68
48	4.04 7.19	3.19 5.08	2.80 4.22	2.56 3.74	2.41 3.42	2.30 3.20	2.21 3.04	2.14 2.90	2.08 2.80	2.03 2.71	1.99 2.64	1.96 2.58	1.90 2.48	1.86 2.40	1.79 2.28	1.74 2.20	1.70 2.11	1.64 2.02	1.61 1.96	1.56 1.88	1.53 1.84	1.50 1.78	1.47 1.73	1.45 1.70	2.01 2.68

TABLA A. Contirúa

f_2	Grados de Libertad para Cuadrado Medio Mayor																							Valores de t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.02	1.98	1.95	1.90	1.85	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.55	1.52	1.48	1.46	1.44	2.01
	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.18	3.02	2.88	2.78	2.70	2.62	2.56	2.46	2.39	2.26	2.18	2.10	2.00	1.94	1.86	1.82	1.76	1.71	1.68	2.68
55	4.02	3.17	2.78	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.05	2.00	1.97	1.93	1.88	1.83	1.76	1.72	1.67	1.61	1.58	1.52	1.50	1.46	1.43	1.41	2.00
	7.12	5.01	4.16	3.68	3.37	3.15	2.98	2.85	2.75	2.66	2.59	2.53	2.43	2.35	2.23	2.15	2.06	1.96	1.90	1.82	1.78	1.71	1.66	1.64	2.67
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.86	1.81	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.50	1.48	1.44	1.41	1.39	2.00
	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.40	2.32	2.20	2.12	2.03	1.93	1.87	1.79	1.74	1.68	1.63	1.60	2.66
65	3.99	3.14	2.75	2.51	2.36	2.24	2.15	2.08	2.02	1.98	1.94	1.90	1.85	1.80	1.73	1.68	1.63	1.57	1.54	1.49	1.46	1.42	1.39	1.37	2.00
	7.04	4.95	4.10	3.62	3.31	3.09	2.93	2.79	2.70	2.61	2.54	2.47	2.37	2.30	2.18	2.09	2.00	1.90	1.84	1.76	1.71	1.64	1.60	1.56	2.65
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.01	1.97	1.93	1.89	1.84	1.79	1.72	1.67	1.62	1.56	1.53	1.47	1.45	1.40	1.37	1.35	1.99
	7.01	4.92	4.08	3.60	3.29	3.07	2.91	2.77	2.67	2.59	2.51	2.45	2.35	2.28	2.15	2.07	1.98	1.88	1.82	1.74	1.69	1.62	1.56	1.53	2.65
80	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.12	2.05	1.99	1.95	1.91	1.88	1.82	1.77	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.45	1.42	1.38	1.35	1.32	1.99
	6.96	4.88	4.04	3.56	3.25	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.41	2.32	2.24	2.11	2.03	1.94	1.84	1.78	1.70	1.65	1.57	1.52	1.49	2.64
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85	1.79	1.75	1.68	1.63	1.57	1.51	1.48	1.42	1.39	1.34	1.30	1.28	1.98
	6.90	4.82	3.98	3.51	3.20	2.99	2.82	2.69	2.59	2.51	2.43	2.36	2.26	2.19	2.06	1.98	1.89	1.79	1.73	1.64	1.59	1.51	1.46	1.43	2.63
125	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.77	1.72	1.65	1.60	1.55	1.49	1.45	1.39	1.36	1.31	1.27	1.25	1.98
	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.65	2.56	2.47	2.40	2.33	2.23	2.15	2.03	1.94	1.85	1.75	1.68	1.59	1.54	1.46	1.40	1.37	2.62
150	3.91	3.06	2.67	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.76	1.71	1.64	1.59	1.54	1.47	1.44	1.37	1.34	1.29	1.25	1.22	1.98
	6.81	4.75	3.91	3.44	3.14	2.92	2.76	2.62	2.53	2.44	2.37	2.30	2.20	2.12	2.00	1.91	1.83	1.72	1.66	1.56	1.51	1.43	1.37	1.33	2.61
200	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.74	1.69	1.62	1.57	1.52	1.45	1.42	1.35	1.32	1.26	1.22	1.19	1.97
	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.90	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.17	2.09	1.97	1.88	1.79	1.69	1.62	1.53	1.48	1.39	1.33	1.28	2.60
400	3.86	3.02	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.81	1.78	1.72	1.67	1.60	1.54	1.49	1.42	1.38	1.32	1.28	1.22	1.16	1.13	1.96
	6.70	4.66	3.83	3.36	3.06	2.85	2.69	2.55	2.46	2.37	2.29	2.23	2.12	2.04	1.92	1.84	1.74	1.64	1.57	1.47	1.42	1.32	1.24	1.19	2.59
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	2.02	1.95	1.89	1.84	1.80	1.76	1.70	1.65	1.58	1.53	1.47	1.41	1.36	1.30	1.26	1.19	1.13	1.08	1.96
	6.66	4.62	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.26	2.20	2.09	2.01	1.89	1.81	1.71	1.61	1.54	1.44	1.38	1.28	1.19	1.11	2.58
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.69	1.64	1.57	1.52	1.46	1.40	1.35	1.28	1.24	1.17	1.11	1.00	1.96
	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.24	2.18	2.07	1.99	1.87	1.79	1.69	1.59	1.52	1.41	1.36	1.25	1.15	1.00	2.58

Reproduced by permission from George W. Snedecor, Statistical Methods (Fifth Edition, 1956), copyright the Iowa State University Press, Ames, Iowa. Original Table 10.5.3 slightly modified to include values of t, obtained by extraction of the square root of values in Column 1.

TABLA B. Rangos "Studentizados" Significativos. Nivel del 5% para la Nueva Prueba de Rango Múltiple.

n_2 \ p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	50	100
1	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97
2	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085
3	4.501	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516
4	3.927	4.013	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033
5	3.635	3.749	3.797	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814
6	3.461	3.587	3.649	3.680	3.694	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697
7	3.344	3.477	3.548	3.588	3.611	3.622	3.626	3.626	3.626	3.626	3.626	3.626	3.626	3.626	3.626	3.626
8	3.261	3.399	3.475	3.521	3.549	3.566	3.575	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579
9	3.199	3.339	3.420	3.470	3.502	3.523	3.536	3.544	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547
10	3.151	3.293	3.376	3.430	3.465	3.489	3.505	3.516	3.522	3.526	3.526	3.526	3.526	3.526	3.526	3.526
11	3.113	3.256	3.342	3.397	3.435	3.462	3.480	3.493	3.501	3.509	3.510	3.510	3.510	3.510	3.510	3.510
12	3.082	3.225	3.313	3.370	3.410	3.439	3.459	3.474	3.484	3.496	3.499	3.499	3.499	3.499	3.499	3.499
13	3.055	3.200	3.289	3.348	3.389	3.419	3.422	3.458	3.470	3.484	3.490	3.490	3.490	3.490	3.490	3.490
14	3.033	3.178	3.268	3.329	3.372	3.403	3.426	3.444	3.457	3.474	3.482	3.484	3.485	3.485	3.485	3.485
15	3.014	3.160	3.250	3.312	3.356	3.389	3.413	3.432	3.446	3.465	3.476	3.480	3.481	3.481	3.481	3.481
16	2.998	3.144	3.235	3.298	3.343	3.376	3.402	3.422	3.437	3.458	3.470	3.477	3.478	3.478	3.478	3.478
17	2.984	3.130	3.222	3.285	3.331	3.366	3.392	3.412	3.429	3.451	3.465	3.473	3.476	3.476	3.476	3.476
18	2.971	3.118	3.210	3.274	3.321	3.356	3.383	3.405	3.421	3.445	3.460	3.470	3.474	3.474	3.474	3.474
19	2.960	3.107	3.199	3.264	3.311	3.347	3.375	3.397	3.415	3.440	3.456	3.467	3.472	3.474	3.474	3.474
20	2.950	3.097	3.190	3.255	3.303	3.339	3.368	3.391	3.409	3.436	3.453	3.464	3.470	3.473	3.474	3.474
24	2.919	3.066	3.160	3.226	3.276	3.315	3.345	3.370	3.390	3.420	3.441	3.456	3.465	3.471	3.477	3.477
30	2.888	3.035	3.131	3.199	3.250	3.290	3.322	3.349	3.371	3.405	3.430	3.447	3.460	3.470	3.486	3.486
40	2.858	3.006	3.102	3.171	3.224	3.266	3.300	3.328	3.352	3.390	3.418	3.439	3.456	3.469	3.504	3.504
60	2.829	2.976	3.073	3.143	3.198	3.241	3.277	3.307	3.333	3.374	3.406	3.431	3.451	3.467	3.537	3.537
120	2.800	2.947	3.045	3.116	3.172	3.217	3.254	3.287	3.314	3.359	3.394	3.423	3.446	3.446	3.585	3.601
∞	2.772	2.918	3.017	3.089	3.146	3.193	3.232	3.265	3.294	3.343	3.382	3.414	3.442	3.466	3.640	3.735

* Using protection levels based on degrees of freedom.

† Duncan, D. B. Multiple range and multiple F tests. Biometrics, 11:1-42. 1955.

‡ Modified with corrections by Harter, H. L. Critical values for Duncan's New Multiple Range Test. Biometrics, 16:671-685. 1960.

TABLA C. Rangos "Studentizados" Significativos. Nivel 1% para la Nueva Prueba de Rango Múltiple.

n_2 \ p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	50	100
	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03
2	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04
3	8.261	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321	8.321
4	6.512	6.677	6.740	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756
5	5.702	5.893	5.989	6.040	6.065	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074
6	5.243	5.439	5.549	5.614	5.655	5.680	5.694	5.701	5.703	5.703	5.703	5.703	5.703	5.703	5.703	5.703
7	4.949	5.145	5.260	5.334	5.383	5.416	5.439	5.454	5.464	5.472	5.472	5.472	5.472	5.472	5.472	5.472
8	4.746	4.939	5.057	5.135	5.189	5.227	5.256	5.276	5.291	5.309	5.316	5.317	5.317	5.317	5.317	5.317
9	4.596	4.787	4.906	4.986	5.043	5.086	5.118	5.142	5.160	5.185	5.199	5.205	5.206	5.206	5.206	5.206
10	4.482	4.671	4.790	4.871	4.931	4.975	5.010	5.037	5.058	5.088	5.106	5.117	5.122	5.124	5.124	5.124
11	4.392	4.579	4.697	4.780	4.841	4.887	4.924	4.952	4.975	5.009	5.031	5.045	5.054	5.059	5.061	5.061
12	4.320	4.504	4.622	4.706	4.767	4.815	4.852	4.883	4.907	4.944	4.969	4.986	4.998	5.006	5.011	5.011
13	4.260	4.442	4.560	4.644	4.706	4.755	4.793	4.824	4.850	4.889	4.917	4.937	4.950	4.960	4.972	4.972
14	4.210	4.391	4.508	4.591	4.654	4.704	4.743	4.775	4.802	4.843	4.872	4.894	4.910	4.921	4.940	4.940
15	4.168	4.347	4.463	4.547	4.610	4.660	4.700	4.733	4.760	4.803	4.834	4.857	4.874	4.887	4.914	4.914
16	4.131	4.309	4.425	4.509	4.572	4.622	4.663	4.696	4.724	4.768	4.800	4.825	4.844	4.858	4.892	4.892
17	4.099	4.275	4.391	4.475	4.539	4.589	4.630	4.664	4.693	4.738	4.771	4.797	4.816	4.832	4.874	4.874
18	4.071	4.246	4.362	4.445	4.509	4.560	4.601	4.635	4.664	4.711	4.745	4.772	4.792	4.808	4.858	4.858
19	4.046	4.220	4.335	4.419	4.483	4.534	4.575	4.610	4.639	4.686	4.722	4.749	4.771	4.788	4.845	4.845
20	4.024	4.197	4.312	4.395	4.459	4.510	4.552	4.587	4.617	4.664	4.701	4.729	4.751	4.769	4.833	4.833
24	3.956	4.126	4.239	4.322	4.386	4.437	4.480	4.516	4.546	4.596	4.634	4.665	4.690	4.710	4.802	4.802
30	3.889	4.056	4.168	4.250	4.314	4.366	4.409	4.445	4.477	4.528	4.569	4.601	4.628	4.650	4.772	4.777
40	3.825	3.988	4.098	4.180	4.244	4.296	4.339	4.376	4.408	4.461	4.503	4.537	4.566	4.591	4.740	4.764
60	3.762	3.922	4.031	4.111	4.174	4.226	4.270	4.307	4.340	4.394	4.438	4.474	4.504	4.530	4.707	4.765
120	3.702	3.858	3.965	4.044	4.107	4.158	4.202	4.239	4.272	4.327	4.372	4.410	4.442	4.469	4.673	4.770
∞	3.643	3.796	3.900	3.978	4.040	4.091	4.135	4.172	4.205	4.261	4.307	4.345	4.379	4.408	4.635	4.776

* Using protection levels based on degrees of freedom.

† Duncan D. B. Multiple range and multiple F tests. Biometrics, 11:1-42. 1955.

‡ Modified with corrections by Harter H. L. Critical values for Duncan's New Multiple Range Test. Biometrics, 16:671-685. 1960.

TABLA D. Grupos de Números para muestras al Azar
(Números de 1 a 60 inclusive)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
39	21	17	01	60	02	43	25	29	39
15	02	40	57	06	57	42	46	48	38
34	42	15	30	37	22	50	08	59	15
11	47	45	33	22	27	22	53	28	10
49	33	26	52	26	05	23	30	15	27
33	08	31	56	01	38	29	50	25	51
16	07	36	03	25	59	56	54	19	34
19	53	01	39	02	54	35	23	04	14
12	44	42	24	09	21	19	40	09	05
56	20	05	37	53	29	36	02	30	56
48	39	38	50	56	11	55	60	22	02
26	41	13	32	08	20	38	44	01	20
32	15	25	58	03	32	39	59	41	49
41	03	10	43	50	58	16	13	11	52
59	31	14	27	27	18	09	42	42	59
60	57	11	29	20	45	02	14	02	26
50	59	06	10	42	31	28	35	23	48
27	55	56	11	31	39	46	17	26	04
28	01	52	41	44	30	03	49	47	37
40	29	34	22	21	23	05	22	37	12
37	35	09	13	29	01	53	06	34	55
36	36	49	34	41	14	04	16	44	33
08	48	60	04	18	48	21	55	33	16
57	12	07	51	10	15	59	07	27	08
22	56	30	08	57	06	12	47	13	53
24	05	59	20	54	52	07	45	39	35
55	10	04	48	43	40	32	31	03	09
31	06	19	44	51	55	08	21	55	23
14	14	53	25	05	25	51	52	57	19
45	16	44	40	46	49	54	27	38	21
05	37	57	42	35	08	49	43	52	13
30	30	58	17	17	26	13	12	24	17
17	43	50	07	47	16	10	38	53	03
44	13	28	36	40	19	26	56	45	57
25	45	43	18	30	41	48	34	49	40
47	22	03	14	55	35	06	32	10	44
58	49	48	35	36	50	24	48	54	24
53	58	08	38	11	13	60	10	16	46
43	32	20	49	58	53	33	41	14	50
21	04	21	23	07	10	47	26	43	30
20	27	51	09	04	43	35	09	17	01
23	11	54	12	32	09	44	29	35	06
42	46	22	47	12	17	16	28	32	07
52	18	18	15	49	36	25	57	56	42
13	23	55	19	28	07	57	01	40	22
54	28	37	59	45	03	30	24	60	60
07	51	23	45	34	44	45	39	50	41
06	24	16	06	48	60	17	37	20	58
02	50	35	55	24	34	18	15	06	31
35	26	47	60	59	47	20	36	18	32
29	17	41	31	14	28	37	05	36	11
04	09	33	05	15	24	52	58	58	45
18	19	39	02	52	33	40	04	46	18
46	60	24	26	33	56	01	51	31	29
10	34	32	21	19	51	31	11	51	54
09	54	27	46	23	12	41	03	05	25
03	25	29	53	38	37	11	20	12	28
01	38	12	28	13	42	58	18	07	47
38	52	02	16	16	47	27	33	21	36
51	40	46	54	39	04	14	19	08	43

*Drawn from Tippett L. H. C. Random Sampling Numbers, Tracts for Computers XV. 1927.

PRUEBAS DE HIPOTESIS

VICTOR QUIROGA G.

Ejemplo 1. Para Manual

Se hicieron en el CATIE, determinaciones de la resistencia del maíz a la molienda, empleando en cada caso 12 granos. Cuando se empleó maíz amilaceo, la resistencia medida en Kg. fue: 10.0 13.5 12.4 11.3 12.8 12.0 11.5 12.5 12.4 11.6 12.0 12.5; en cambio, cuando se usó maíz duro, la resistencia fue: 18.0 14.2 22.5 13.0 15.0 16.5 19.5 17.0 19.5 21.0 22.5 17.5; se pide, realizar una prueba de hipótesis de la diferencia entre las 2 medias.

Cuadro 8. Resistencia de 2 líneas de maíz a la molienda (Kg/cm^2)

n	MAIZ AMILACEO A	MAIZ DURO B	A^2	B^2
1	10.0	18.0	100.00	324.00
2	13.5	14.2	182.25	201.64
3	12.4	22.5	153.76	506.25
4	11.3	13.0	127.69	169.00
5	12.8	15.0	163.84	225.00
6	12.0	16.5	144.00	272.25
7	11.5	19.5	132.25	380.25
8	12.5	17.0	156.25	289.00
9	12.4	19.5	153.76	380.25
10	11.6	21.0	134.56	441.00
11	12.0	22.5	144.00	506.25
12	12.5	17.5	156.25	306.25
Σ:	144.5	216.2	1748.61	4001.14
$\bar{X}$:	12.04	18.01		
Diferencia $(\bar{X}_B - \bar{X}_A)$	5.97			

Metodología:

Condiciones previas:

Tamaño de muestra: $n_A = n_B$

Varianza : $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

i) Hipótesis:

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_A : \mu_A \neq \mu_B$$

ii) Criterio de prueba: 't de Student', por la magnitud de n.

$$t_0 = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}}$$

iii) Cálculo de estimadores: s_A^2, s_B^2, $\bar{X}_A$, $\bar{X}_B$, t_0, $S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}$

$$s_A^2 = \frac{\Sigma A^2 - (\Sigma A)^2/n}{n-1} = \frac{1748.61 - (144.5)^2/12}{11} = \frac{8.59}{11} = 0.78$$

$$s_B^2 = \frac{\Sigma B^2 - (\Sigma B)^2/n}{n-1} = \frac{4001.14 - (216.2)^2/12}{11} = \frac{105.94}{11} = 9.63$$

$$\bar{X}_A = \frac{\Sigma A}{n} = \frac{144.5}{12} = 12.04$$

$$\bar{X}_B = \frac{\Sigma B}{n} = \frac{216.2}{12} = 18.01$$

$$S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \sqrt{\frac{s_A^2}{n} + \frac{s_B^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.78}{12} + \frac{9.63}{12}} = 0.93$$

Luego:

$$t_c = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{12.04 - 18.01}{0.93} = 6.42$$

iv) Nivel de significación:

$\alpha = 0.05$ (es el nivel más usado)

$t_{0.05}$ con (n-1) G.L. = 2.201

v) Decisión: Rechazamos la H_0 porque t_c es mayor que $t_{0.05}$ (6.42 > 2.201)

vi) Conclusión:

La diferencia detectada en estas dos muestras es atribuible al efecto benéfico o perjudicial del tratamiento investigado (K).

PRUEBAS DE HIPOTESIS

Ejemplo 2. Para el manual VICTOR QUIROGA G.

Se planteó cierto experimento en 24 macetas, en el invernadero de la escuela de Agricultura para probar el efecto de la presencia o ausencia de Zn en el rendimiento de papa.

Cuadro 9. Producción de papa: Kg/parcela (2 tratamientos)

n	Sin Zn A	Con Zn B	A^2	B^2
1	20.0	24.0	400.00	576.00
2	24.0	28.0	576.00	784.00
3	21.0	25.0	441.00	625.00
4	22.0	25.0	484.00	625.00
5	23.0	27.0	529.00	729.00
6	24.0	27.5	576.00	756.25
7	22.5	28.0	506.25	784.00
8	22.0	26.0	484.00	676.00
9	21.5	26.0	462.25	676.00
10	20.0	24.5	400.00	600.25
11	22.0	26.5	484.00	702.25
12	24.0	28.5	576.00	812.25
Σ:	266.0	316.0	5918.50	8346.00
$\bar{X}$:	22.16	26.33		

Metodología: Condiciones previas:

Tamaño de muestra: $n_A = n_B$

Varianza : $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

i) Hipótesis:

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_A : \mu_A \neq \mu_B$$

II) <u>Criterio de prueba:</u>

$$\pm t_0 = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}}$$

"t de Student por el tamaño de n"

iii) <u>Cálculo de estimadores:</u> $S_A^2, S_B^2, \bar{X}_A, \bar{X}_B, t_0, S_c^2, S^2_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}$

$$S_A^2 = \frac{\Sigma A^2 - (\Sigma A)^2/n}{n-1} = \frac{5918.5 - (266)^2/12}{11} = 2.02$$

$$S_B^2 = \frac{\Sigma B^2 - (\Sigma B)^2/n}{n-1} = \frac{8346.0 - (316)^2/12}{11} = 2.24$$

$$\bar{X}_A = \frac{\Sigma A}{n} = \frac{266.0}{12} = 22.16$$

$$\bar{X}_B = \frac{\Sigma B}{n} = \frac{316.0}{12} = 26.33$$

$$S_c^2 = \frac{S_A^2 + S_B^2}{2} = \frac{2.02 + 2.24}{2} = 2.13$$

$$S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \sqrt{\frac{2S_c^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 2,13}{12}} = 0.60$$

Luego:

$$t_c = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{22.16 - 26.33}{0.60} = 6.95$$

iv) <u>Nivel de significación:</u>

$\alpha = 0.05$ (es el nivel más usado)

$t_{0.05}$ con $(n_A - 1) + (n_B - 1)$ G.L. = 2.074

Decisión:

Rechazamos la H_0 porque t_c es mayor que $t_{0.05}$ (6.95 > 2.074)

vi) Conclusión;

La diferencia entre promedios observado es atribuible al efecto de tratamiento Zn, por haberse conseguido un resultado significativo.

PRUEBAS DE HIPOTESIS

Ejemplo 3. Para manual VICTOR QUIROGA G.

Se planteó cierto experimento en 26 parcelas aproximadamente homogeneos, de las cuales 4 parcelas han sido consideradas perdidas; el objeto es probar el efecto de la presencia o ausencia de K en el rendimiento de papa.

Cuadro 10. Producción de papa: Kg/parcela (2 tratamientos)

n	Sin K A	Con K B	A^2	B^2
1	8.0	6.0	64.00	36.00
2	9.0	6.5	81.00	42.25
3	8.5	7.0	72.25	49.00
4	9.4	6.5	88.36	42.25
5	9.3	6.4	86.49	40.96
6	8.4	7.1	70.56	50.41
7	8.5	7.2	72.25	51.84
8	8.6	6.2	73.96	38.44
9	8.0	6.3	64.00	39.69
10	8.5		72.25	
11	9.0		81.00	
12	8.5		72.25	
13	8.4		70.56	
Σ:	112.1	59.2	968.93	390.84
$\bar{X}$:	9.3	6.57		

<u>Metodología:</u>

Condiciones previas:

Tamaño de muestra : $n_A \neq n_B$

Varianza : $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$

i) Hipótesis:

$H_0 : \mu_A = \mu_B$

$H_A \quad \mu_A \neq \mu_B$

ii) Criterio de prueba: 't de Student' por el tamaño de la muestra (n)

$$\pm t_0 = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}}$$

iii) Cálculo de estimadores: S_A^2 , S_B^2, $\bar{X}_A$, $\bar{X}_B$, t_0, S_c^2, $S_{\bar{X}_A} - \bar{X}_B$

$$S_A^2 = \frac{\Sigma A^2 - (\Sigma A)^2/n}{n-1} = \frac{968.93 - (112.1)^2/13}{12} = 0.19$$

$$S_B^2 = \frac{\Sigma B^2 - (\Sigma B)^2/n}{n-1} = \frac{390.84 - (59.2)^2/9}{8} = 0.18$$

$$\bar{X}_A = \frac{\Sigma A}{n} = 9.31$$

$$\bar{X}_B = \frac{\Sigma B}{n} = 6.57$$

$$S_c^2 = \frac{(n_A - 1)\, S_A^2 + (n_B - 1)\, S_B^2}{(n_A-1) + (n_B-1)} = \frac{12(0.19) + 8(0.18)}{20} = 0.19$$

$$S_{\bar{X}_A} - \bar{X}_B = \sqrt{\frac{S_c^2}{n_A} + \frac{S_c^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{0.19}{13} + \frac{0.19}{9}} = 0.19$$

Luego:

$$t_c = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{9.31 - 6.57}{0.19} = 14.42$$

IV) Nivel de significación:

$\alpha = 0.05$ (es el nivel más usual)

$t_{0.05}$ con $(n_A-1) + (n_B-1)$ G.L. $= 2.086$

v) Decisión:

Rechazamos la H_0 porque t_c es mayor que $t_{0.05}$ $(14.42 > 2.086)$

vi) Conclusión:

La diferencia detectada en estas dos muestras es atribuible al efecto benéfico o perjudicial del tratamiento investigado (K).

PRUEBAS DE HIPOTESIS

Ejemplo 4. Para manual VICTOR QUIROGA G.

Se planteó otro experimento en 28 parcelas; de las cuales 4 parcelas han sido consideradas perdidas; el objeto es probar el efecto de la presencia o ausencia de Mg en el rendimiento de papa.

Cuadro 11. Producción de papa: Kg/parcela (2 tratamientos)

n	Sin Mg A	Con Mg B	A^2	B^2
1	3.2	4.5	10.24	20.25
2	3.5	4.2	12.25	17.64
3	3.4	4.1	12.56	16.81
4	3.6	4.6	12.96	21.16
5	3.7	4.7	13.69	22.09
6	3.4	4.2	11.56	17.64
7	3.3	4.1	10.89	16.81
8	8.5	4.5	72.25	20.25
9	3.4	4.5	11.56	20.25
10	3.4	4.4	11.56	19.36
11	3.6		12.96	
12	3.7		13.69	
13	3.2		10.24	
14	3.1		9.61	
Σ:	53.0	43.8	225.02	192.26
$\bar{X}$:	3.79	4.38		

Metodología:

Condiciones previas:

Tamaño de muestra: $n_A = n_B$

Varianza : $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

I) Hipótesis:

$H_0 : \mu_A = \mu_B$

$H_A : \mu_A \neq \mu_B$

ii) Criterio de prueba:

"t de Student", hallada a través de las medias ponderada de los t_0 proveniente de cada muestra; ya que aún no existe distribución exacta que aproxime a un valor t_0 calculado.

$$t_0 = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} \quad ; \qquad t' = \frac{W_A . t_A + W_B . t_B}{W_A + W_B}$$

iii) Cálculo de estimadores:

$S_A^2,\ S_B^2,\ \bar{X}_A,\ \bar{X}_B,\ t_0,\ t',\ t_A,\ t_B,\ W_A,\ W_B,\ S_{\bar{X}_A} - \bar{X}_B$

$$S_A^2 = \frac{\Sigma A^2 - (\Sigma A)^2/n}{n-1} = \frac{225.02 - (53)^2/14}{13} = 1.88$$

$$S_B^2 = \frac{\Sigma B^2 - (\Sigma B)^2/n}{n-1} = \frac{192.26 - (43.80)}{9} = 0.05$$

$$\bar{X}_A = \frac{\Sigma A}{n} = \frac{53.0}{14} = 3.79$$

$$\bar{X}_B = \frac{\Sigma B}{n} = \frac{43.8}{10} = 4.38$$

$$W_A = \frac{S_A^2}{n_A} = \frac{1.88}{14} = 0.13$$

$$W_B = \frac{S_B^2}{n_B} = \frac{0.05}{10} = 0.005$$

$t_A = 2.160$ (de la tabla, con $(n_A - 1)$ G.L. y $\alpha = 0.05$)

$t_B = 2.262$ (de la tabla, con $(n_B - 1)$ G.L. y $\alpha = 0.05$

$$t' = \frac{W_A \cdot t_A + W_B \cdot t_B}{W_A + W_B} = \frac{0.13(2.160) + 0.005(2.262)}{0.13 + 0.005} = 2.1637$$

$$S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B} = \frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B} = \frac{1.88}{14} + \frac{0.05}{10} = 0.367$$

Luego:

$$t_c = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{S_{\bar{X}_A - \bar{X}_B}} = \frac{3.79 - 4.38}{0.367} = 1.607$$

iv) Nivel de significación:

$\alpha = 0.05$ (es el nivel más usado)

$t' = 2.1637$

$t_c = 1.607$

v) Decisión:

Aceptamos la hipótesis nula (H_0), ya que el resultado no es significativo. $t_c < t_{0.05}$ $(1.607 < 2.1637)$

PRUEBAS DE HIPOTESIS

Ejemplo 5. Para manual VICTOR QUIROGA G.

Se condujo un experimento en 12 hojas de tabaco, para evaluar el efecto de 2 cepas de virus (X, Y) sobre mitades de hoja.

Cuadro 12. Magnitud del daño en mm^2.

n	X	Y	$D = X - Y$	$(D - \bar{D})^2$
1	113.5	120.5	-7.00	638.07
2	118.5	90.5	28.00	94.87
3	120.5	105.5	15.00	10.63
4	132.5	110.5	22.00	13.99
5	124.5	90.5	34.00	247.75
6	134.5	112.5	22.00	13.99
7	135.5	140.5	-5.00	541.03
8	145.5	105.5	40.00	472.63
9	160.5	130.4	30.10	140.19
10	170.5	150.5	20.00	3.03
11	146.5	135.5	11.00	52.71
12	174.5	165.5	9.00	85.75
Σ:			219.10	2314.64
$\bar{X}$:			18.26	

Metodología:

$H_0 : \mu_D = 0$

$H_A : \mu_D = 0$

ii) Criterio de prueba: "t de Student", por la magnitud de n.

$$t_0 = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}}$$

iii) Cálculo de estimadores: $\bar{D}$, $S_{\bar{D}}$, t_0, S_D

$$\bar{D} = \frac{\Sigma D}{n} = \frac{219.10}{12} = 18.26$$

$$S_D = \sqrt{\frac{\Sigma(D - \bar{D})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{2314.64}{11}} = 14.51$$

$$S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{n} = \frac{14.51}{12} = \frac{14.51}{3.46} = 4.19$$

Luego:

$$t_c = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}} = \frac{18.26}{4.19} = 4.36$$

iv) Nivel de significación:

$\alpha = 0.05$

$t_{0.05}$ con $(n - 1)$ G.L. $= 2.201$

v) Decisión:

Rechazamos la H_0. $t_c > t_{0.05}$ $(4.36 > 2.201)$

vi) Conclusión:

La diferencia es atribuible al efecto del tratamiento (cepas).

DISEÑO IRRESTRICTO AL ASAR

Víctor Quiroga G.

EJEMPLO 6

De cierto experimento conducido en Invernadero, se obtuvo los datos siguientes:

Cuadro 1. Peso de la materia seca de 5 variedades de frijol, a los 30 días de la germinación y por unidad experimental (gramos).

TRATAMIENTOS (i)	OBSERVACIONES (j) 1	2	3	4	5	6	SUMAS $Y_{i.}$	PROMEDIOS $\bar{Y}_{i.}$
A	2.9	3.5	4.1	3.9	3.0	3.5	20.90	3.48
B	3.0	3.6	3.7	3.8	3.1	3.3	20.50	3.42
C	3.1	3.8	4.2	3.1	3.5	3.2	20.90	3.48
D	4.5	4.4	3.8	4.7	4.1	5.0	26.50	4.42
E	6.5	8.0	7.4	7.0	8.0	7.0	43.90	7.32
							$Y_{..}$ 132.70	$\bar{Y}_{..}$ 4.42

PROCEDIMIENTO:

1) Modelo estadístico:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

Donde: Y_{ij} = Parcela experimental

μ = Media Común

τ_i = Efecto del tratamiento T_i

ϵ_{ij} = Error Experimental

$i = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots,t$

$j = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots,n$

ii) Prueba de Hipótesis:

a) Hipótesis: Ho : $\mu_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \mu_t$

H_A : Por lo menos existe diferencia entre 2 medias.

b) Criterio de Prueba:

"F de Fisher"; es decir, relación de 2 varianzas provenientes de la partición de la suma de cuadrados del total.

$$F_o = \frac{\text{CM de tratamientos}}{\text{CM de error}}$$

c) Cálculo de estimadores: $\bar{Y}_1$, $\bar{Y}_2$, $\bar{Y}_3, \ldots\ldots, \bar{Y}_t$, S.C., C.M., F_o.

Cuadro 2. Análisis de varianza irrestricto al azar.

F.V.	S.C.	G.L.	C.M.	F_o
TRATAMIENTO	$\Sigma(\Sigma Y_{ij})^2/n - FC = 66.90$	$t - 1 = 4$	16.73	76.05*
ERROR	$\Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - \Sigma(\Sigma Y_{ij})^2/n = 5.32$	$t(n-1) = 25$	0.22	
TOTAL	$\Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - FC = 72.22$	$n.t-1 = 29$		

$$F.C. = Y_{..}^2/n = \frac{(132.70)^2}{30} = 586.98$$

$$S.C.\ trat. = \frac{(20.9)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (43.90)^2}{6} - F.C. = 66.90$$

$$S.C.\ Error = 2.9^2 + \ldots\ldots\ldots + 7.0^2 - \frac{20.9^2 + \ldots\ldots\ldots + 43.9^2}{6} = 5.39$$

$$S.C.\ Total = (2.9)^2 + \ldots\ldots\ldots + (7.0)^2 - F.C. = 5.32$$

iii) Nivel de Significación:

Es costumbre usar el nivel $\alpha = 0.05$; sin embargo, se puede probar otros niveles de significación.

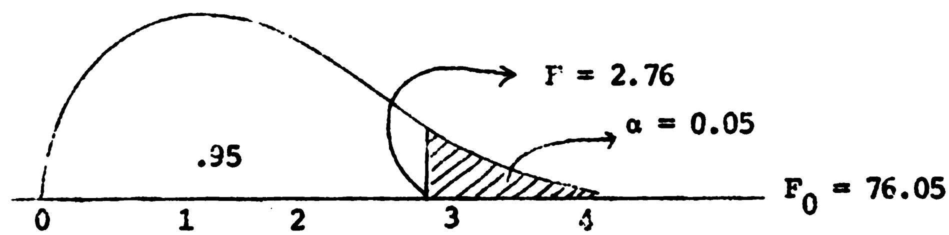

Fig. 1. Distribución de F con 4 y 25 G.L.

$F_{0.05}$ con G.L. de tratamientos (4) y error (25) = 2.76 (tabla A.6 de valores de F, pag. 438 Steel y Torrie).

iv) Decisión:

La figura 1 muestra, que la probabilidad de obtener un valor de $F \geq 76.05$, es bajísima ($P<0.001$). El resultado es altamente significativo e induce a rechazar la hipótesis nula.

v) Conclusión:

Por lo menos existe diferencia significativa entre 2 promedios atribuibles al efecto del tratamiento.

vi) Interpretación:

Prueba de Rango Múltiple (Duncan).

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{C.M.\ Error}{n}} = \sqrt{\frac{.22}{6}} = 0.19$$

DIFERENCIA ENTRE PROMEDIOS DE TRATAMIENTOS

		(E)	(D)	(C=?)
		7.32	4.42	3.48
(D)	4.42	2.90		
(C)	3.48	3.84	.94	
(B)	3.42	3.90	1.00	0.06

VALORES TABULARES DE DUNCAN CON 25 G.L. y para $\alpha = 0.01$

	(E)	(D)	(C)
(D)	3.96		
(C)	4.14	3.96	
(B)	4.24	4.14	3.96

COMPARADOR ($s_{\bar{x}}$. DUNCAN)

	(E)	(D)	(C)
(D)	.75		
(C)	.78	.75	
(B)	.80	.78	.75

GRADO DE SIGNIFICANCIA DE LAS DIFERENCIAS

	(E)	(D)	(C)
(D)	**		
(C)	**	**	
(B)	**	**	n.s.

PRESENTACION DE RESULTADOS

(E) (D) (C) (A) (B)

b) Por contrastes.

Si se supone que los tratamientos A, B, C, D y E son niveles de un factor en estudio, la interpretación de resultados se realiza estudiando la partición de la suma de cuadrados en efectos: lineal, cuadrático, cúbico etc.; cada uno de ellos con un grado de libertad. Para esta partición se usan los totales de los tratamientos y el número de observaciones por tratamiento. Observar que los efectos lineal, cuadrático y cúbico fueron significativos.

Comparación de clases de tratamientos: Por polinomios.

POLINOMIO	A (20.9)	B (20.5)	C (20.9)	D (26.5)	E (43.9)	Q_1	Q_1^2	$n\Sigma C_1^2$	S.C.
Lineal	-2	-1	0	+1	+2	52.0	2704	60	45.07*
Cuadrático	+2	-1	-2	-1	+2	40.8	1664	84	19.82*
Cúbico	-1	2	0	-2	+1	11.0	121	60	2.02*
Cuártico	+1	-4	+6	-4	+1	2.2	4.84	420	0.01
									66.92

La S.C. de contrastes, debe coincidir con la S.C. de tratamientos en el cuadro de análisis de varianza.

$$S.C. = \frac{Q_1}{n\Sigma C_1^2}$$

S.C. contrastes = S.C. Tratamientos

66.92 66.90

c) Por contrastes (clases).

Se supone que los tratamientos son categorías clasificables, por ejemplo A, B forma una clase B y C otra y E la última clase se pueden realizar conjunciones entre clases y dentro de clases de acuerdo a la siguiente partición ortogonal.

Partición de la S.C. de tratamientos por contrastes de clases.

Contrastes	$Y_{1.}$ 20.90	$Y_{2.}$ 20.50	$Y_{3.}$ 20.90	$Y_{4.}$ 26.50	$Y_{5.}$ 43.90	Q_1	Q_1^2	$n\Sigma C_1^2$	S.C.
A vs. B	+1	-1	0	0	0	0.40	0.16	12	0.01
AB vs. CD	+1	+1	-1	-1	0	-6.00	36.00	24	1.50
C vs. D	0	0	+1	-1	0	-5.60	31.36	12	2.61
ABCD vs. E	+1	+1	+1	+1		86.80	7534.24	120	62.79
									66.91

DISEÑO IRRESTRICTO AL AZAR CON DESIGUAL NUMERO DE OBSERVACIONES

Víctor Quiroga G.

EJEMPLO 7.

Suponer que en el anterior ejemplo se perdió la información de 8 unidades experimentales.

Cuadro 1. Peso de la materia seca de frijol a los 30 días (gramos)

TRATAMIENTOS	OBSERVACIONES 1	2	3	4	5	6	NUMERO n_i	SUMA $Y_{i.}$	MEDIA $\bar{Y}_{i.}$
A	2.9	3.5	4.1	3.9	3.0	3.5	6	20.90	3.48
B	3.0	3.6	3.7				3	10.30	3.43
C	3.3	3.8	4.2	3.1	3.5	3.2	6	21.10	3.52
D	4.5	4.4	3.8	4.7	4.7		5	22.10	4.42
E	8.1	8.0					2	16.10	8.05
							n. 22	Y.. 90.50	$\bar{Y}$..4.11

PROCEDIMIENTO:

i) Modelo estadístico:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

Donde: Y_{ij} = Parcela experimental

μ = Media común

τ_i = Efecto del tratamiento T_i

ϵ_{ij} = Error experimental

$i = 1,2,3,.............,t$

$j = 1,2,3,.............,n$

ii) Prueba de Hipótesis:

a) Hipótesis : Ho : $\mu_1 = ... = \mu_t$

H_A : Por lo menos existe diferencia entre 2 medias.

b) Criterio de Prueba:

"F de Fisher", es decir relación de 2 varianzas provenientes de la partición de la suma de cuadrados del total.

$$F_o = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_L^2}$$, que se comparará con el F_t tabular

c) Cálculo de estimadores: F_o, s_T^2 , s_E^2 ; esto implica calcular la S.C. total, S.C. tratamientos , S.C. error.

Cuadro 2. Análisis de varianza. (Por fórmulas de trabajo).

F.V.	S.C.	C.L.	C.M.	F_o
TRATAMIENTO	$\frac{\Sigma Y_{i.}^2}{n_i} - F.C. = 37.37$	4	9.34	54.94*
ERROR	$\Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - \frac{\Sigma Y_{i.}^2}{} = 2.84$	17	0.17	
TOTAL	$\Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - F.C. = 40.21$	21		

$$F.C. = \frac{Y_{..}^2}{n.} = 372.28$$

$$S.C.\ trat. = \frac{(20.90)^2}{6}\ \ \frac{(10.30)^2}{3}\ \ \frac{(21.10)^2}{6}\ \ \frac{(22.10)^2}{5}\ \ \frac{(16.10)^2}{2} - FC$$

$$= 72.80 + 35.36 + 74.20 + 97.68 + 129.61 - FC$$

$$= 409.65 - 372.28 = 37.37$$

$$S.C.\ error = 412.49 - 409.65 = 2.84$$

$$S.C.\ total = (2.9)^2 + (3.5)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (80)^2 - FC$$

$$= 412.49 - 372.28 = 40.21$$

iii) Nivel de significación: $\alpha = 0.05$

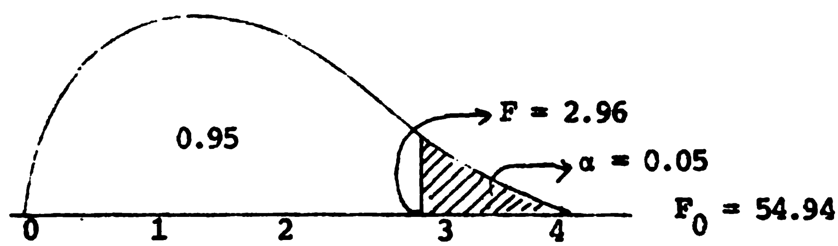

Fig. 1. Distribución de F con 4 y 17 grados de libertad.

iv) Decisión:

La figura 1 destaca que, la probabilidad de obtener un valor de $F \geq$ 54.94 es bajísima ($P<0.001$). Implica un resultado altamente significativo e induce a rechazar la hipótesis de nulidad.

v) Conclusión:

Por lo menos existe una diferencia significativa entre 2 promedios, atribuible al efecto del tratamiento.

DISEÑO IRRESTRICTO AL AZAR CON MUESTREO

Víctor Quiroga G.

EJEMPLO 8.

En otro experimento conducido en invernadero, se tomó lecturas en duplicado para cada unidad experimental.

Cuadro 1. Análisis foliar de 3 variedades de frijol, contenido Mg en (p.m.)

TRATA-	OBSERVACIONES (MACETAS									
	1		2		3		4			
	MUESTRA DUPLICADA (PLANTAS)								SUMA	MEDIA
mientos	1	2	1	2	1	2	1	2	$Y_{i..}$	$\bar{Y}_{i..}$
t_8	3.3	3.5	3.5	3.6	4.1	3.7	3.9	3.8		
	6.8		7.1		7.8		7.7		29.40	3.68
t_{10}	5.0	3.9	4.4	4.6	3.8	5.1	4.7	4.2		
	8.9		9.0		8.9		8.9		35.70	4.46
t_{12}	8.0	8.1	7.9	8.0	7.0	7.4	7.8	7.0		
	16.1		15.9		14.4		14.8		61.20	7.65
								$Y_{...}$	126.30 $\bar{Y}_{...}$	5.26

PROCEDIMIENTO:

i) Modelo estadístico:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} + \lambda_{ijk}$$

Donde: Y_{ijk} = Información de cada sub-parcela experimental

λ_{ijk} = Error muestral

ii) Prueba de Hipótesis:

a) Hipótesis: Ho : $\mu_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \mu_t$

H_A : Por lo menos existe diferencia entre 2 medias.

b) Criterio de Prueba: " F de Fisher".

$$F_o = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_E^2}$$, que se comparará con el F_t tabular.

c) Cálculo de estimadores: F_o, s_T^2 , s_E^2 ; esto implica calcular la S.C. total, S.C. tratamientos, S.C. muestreo y S.C. error.

Cuadro 2. Análisis de varianza y cálculo de estimadores.

F.V.	S.C.		G.L.	C.M.	F_o
TRATAMIENTO	$\Sigma Y_{i..}^2/n.m - FC$	= 70.89	t - 1 = 2	35.45	236.33 *
ERROR	$\Sigma\Sigma Y_{ij.}^2/m - \Sigma Y_{i..}^2/n.m$	= 1.38	t(n-1) = 9	0.15	
MUESTREO	$\Sigma\Sigma\Sigma Y_{ijk}^2 - \Sigma\Sigma Y_{ij.}^2/m$	= 2.11	nt(m-1) = 12	0.18	
TOTAL	$\Sigma\Sigma\Sigma Y_{ijk}^2 - FC$	= 74.38	tnm - 1 = 23		

$$F.C. = \frac{Y_{...}^2}{t.n.m} = 664.65 \qquad t = 3\ ,\ n = 4\ ,\ m = 2$$

$$S.C.\ trat. = \frac{(29.4)^2 + (35.7)^2 + (61.2)^2}{8} - FC$$

$$= \frac{864.36 + 1274.49 + 3745.44}{8} - FC$$

$$= 735.54 - 664.65 = 70.89$$

$$S.C.\ error = \frac{(6.8)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + (14.8)^2}{2} - 735.54$$

$$= 736.92 - 735.54 = 1.38$$

S.C. Muestreo $= (3.3)^2 + (3.5)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (7.0)^2 - 736.92$

$= 739.03 - 736.92 = 2.11$

S.C. total $= (3.3)^2 + (3.5)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (7.0)^2 - FC$

$= 739.03 - 664.65 = 74.38$

iii) Nivel de significación: $\alpha = 0.05$ generalmente.

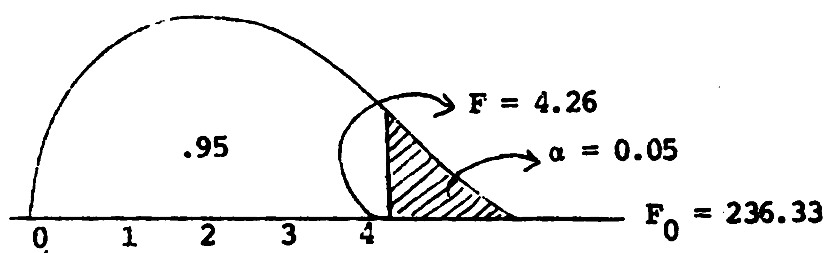

Fig. 1. Distribución de F con 2 y 9 grados de libertad.

iv) Decisión:

La figura 1 destaca que, la probabilidad de obtener un valor de $F \geq 236.33$ es bajísima ($P<0.001$). Implica un resultado altamente significativo e induce a rechazar la hipótesis de nulidad.

v) Conclusión:

Por lo menos existe una diferencia significativa entre 2 promedios, atribuible al efecto del tratamiento.

DISEÑO IRRESTRICTO AL AZAR CON MUESTREO Y DIFERENTE NUMERO DE OBSERVACIONES

Víctor Quiroga G.

EJEMPLO 9.

Suponer que en el anterior ejemplo (No. 3) se perdió la información de 3 unidades experimentales.

Cuadro 1. Análisis foliar de 3 variedades de frijol, contenido de Mg (p.m.)

TRATAMIENTOS	OBSERVACIONES (MACETAS) 1		2		3		4		SUMA	MEDIA
	MUESTRA DUPLICADA (PLANTAS)									
	1	2	1	2	1	2	1	2	$Y_{i..}$	$\bar{Y}_{i..}$
t_8	3.3	3.5	3.5	3.6	4.1	3.7	3.9	3.8		
	6.8		7.1		7.8		7.7		29.40	3.68
t_{10}	5.0	3.9	4.4	4.6	3.8	5.1				
	8.9		9.0		8.9				26.80	4.47
t_{12}	8.0	8.1	7.9	8.0						
	16.1		15.9						32.00	8.00
									$Y_{...}$ 88.20	$\bar{Y}_{...}$ 5.38

PROCEDIMIENTO:

1) Modelo estadístico:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} + \lambda_{ijk}$$

Donde: Y_{ijk} = Información de cada sub-parcela experimental

λ_{ijk} = Error muestral

ii) Prueba de Hipótesis:

a) Hipótesis: $H_0 : \mu_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \mu_t$

H_A : Por lo menos existe diferencia entre 2 medias.

b) Criterio de Prueba: "F de Fisher".

$$F_0 = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_E^2}$$, que se comparará con el F_t tabular

c) Cálculo de estimadores: F_0 , s_T^2 , s_E^2 ; esto implica calcular la S.C. total, S.C. tratamiento, S.C muestreo y S.C. error.

Cuadro 2. Análisis de varianza y cálculo de estimadores.

F.V	S.C.		G.L.	C.M.	F_0
TRATAM.	$\Sigma Y_{i..}^2/ni - FC$	51.58	2	25.79	429.83 *
ERROR	$\Sigma\Sigma Y_{ij.}^2/nij - \Sigma Y_{i..}^2/nm$	0.35	6	0.06	
MUESTREO	$\Sigma\Sigma\Sigma Y_{ijk}^2 - \Sigma\Sigma Y_{ij.}^2/nij$	1.59	9	0.18	
TOTAL	$\Sigma\Sigma\Sigma Y_{ijk}^2 - FC$	53.52	17		

$$F.C. = \frac{Y_{...}^2}{18} = 432.18$$

$$S.C.\ Trat. = \frac{(29.40)^2}{8} + \frac{(26.80)^2}{6} + \frac{(32.0)^2}{4} - FC$$

$$= 108.05 + 119.71 + 256.00 - FC$$

$$= 483.76 - 432.18 = 51.58$$

$$S.C.\ Error = \frac{(6.8)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (15.9)^2}{2} - 483.76$$

$$= 484.11 - 483.76 = 0.35$$

S.C. muestreo $= (3.3)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (8.0)^2 - 484.11$

$= 485.70 - 484.11 = 1.59$

S.C. total $= (3.3)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (8.0)^2 - FC$

$= 485.70 - 432.18 = 53.52$

iii) Nivel de significación: $\alpha = 0.05$ generalmente

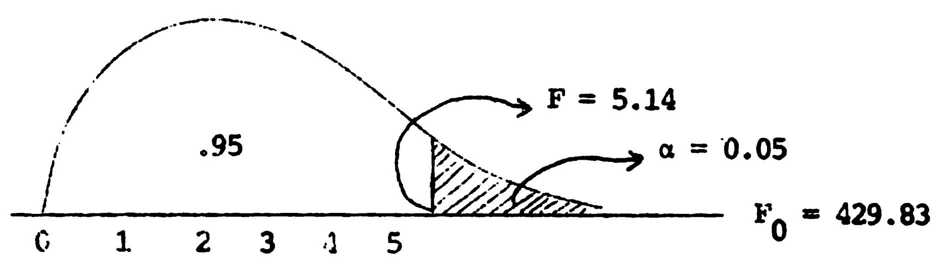

Fig. 1. Distribución de F con 2 y 6 grados de libertad.

iv) Decisión:

La figura 1 destaca que, la probabilidad de obtener un valor $F \geq 429.83$ es bajísima ($P<0.001$). Implica un resultado altamente significativo e induce a rechazar la hipótesis de nulidad.

v) Conclusión:

Por lo menos existe una diferencia significativa entre 2 promedios, atribuible al efecto del tratamiento.

DISEÑO DE FACTORIALES

Víctor Quiroga G.

EJEMPLO 10.

Arreglo factorial 2^3.

Se condujo un experimento (fertilización en maíz), utilizando como insumos N, P, S. Los niveles de fertilización para cada insumo fue de 50 y 100Kg/ha. El ensayo fue conducido bajo el diseño de bloques al azar. Se desea el efecto de los tratamientos, traducido en el rendimiento de maíz por unidad de área.

METODOLOGIA:

Factores	Niveles	Tratamientos
N	n_0 = 50 Kg/ha	1) $n_0p_0s_0$
	n_1 = 100 Kg/ha	2) $n_0p_0s_1$
P	p_0 = 50 Kg/ha	3) $n_0p_1s_0$
	p_1 = 100 Kg/ha	4) $n_0p_1s_1$
S	s_0 = 50 Kg/ha	5) $n_1p_0s_0$
	s_1 = 100 Kg/ha	6) $n_1p_0s_1$
		7) $n_1p_1s_0$
		8) $n_1p_1s_1$

Cuadro 1. Experimento tabulado.

TRATA-MIENTOS	BLOQUES I	II	III	IV	V	Y_i	Y_i^2
1	2	3	2	4	2	13	169
2	3	4	5	6	3	21	441
3	6	2	7	5	6	26	676
4	4	3	2	5	3	17	289
5	2	1	2	4	1	10	100
6	6	7	5	4	3	25	625
7	1	2	1	1	2	7	49
8	5	4	3	2	6	20	400
Y_{ij}	29	26	27	31	26	139	2749

i) Modelo estadístico:

$$Y_i = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij}$$

ii) Análisis de variancia (preliminar); según modelo: bloques al azar

Cuadro 2. Resultado del andeva.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F_o	
Bloques	4	2.38	0.60	0.30	n.s.
Tratamiento	7	66.80	9.54	4.37	*
Error	28	54.82	1.96		
Total	39	124.00			

$$F.C. = \frac{139^2}{40} = 483.03$$

iii) Análisis de variancia como factorial.

Conforme al arreglo factorial de tratamientos

Para ello se construye previamente el cuadro de contrastes, con la finalidad de hallar la suma de cuadrado de los contrastes

Cuadro 3. Cuadro de contrastes.

Contraste	$T_{1.}$ 13	$T_{2.}$ 21	$T_{3.}$ 26	$T_{4.}$ 17	$T_{5.}$ 10	$T_{6.}$ 25	$T_{7.}$ 7	$T_{8.}$ 20
M	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
P	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
S	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
MP	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
MS	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
PS	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
MPS	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1

Continuación cuadro 3.

Contraste	(+)	(-)	C_i	C_i^2	$n\Sigma c_i^2$	S.C.
M	62	77	-15	225	40	5.63
P	70	69	1	1	40	0.03
S	83	56	27	729	40	18.23
MP	61	78	-17	289	40	7.23
MS	84	55	29	841	40	21.03
PS	60	79	-19	361	40	9.03
MPS	77	62	15	225	40	5.63
						66.81

Cuadro 4. Resultado del andeva definitivo.

F.V.	G.L.		S.C.		C.M.	F_o	
Bloques	4		2.38		0.60	0.30	n.s.
Tratamientos	7		60.80		9.54	4.87	*
N		1		5.63	5.63	2.87	n.s.
P		1		0.03	0.03	0.02	n.s.
S		1		18.23	18.23	9.30	*
NP		1		7.23	7.23	3.23	n.s.
NS		1		21.03	21.03	10.73	*
PS		1		9.03	9.03	4.61	*
NPS		1		5.63	5.63	2.87	n.s.
Error Exp.	28		54.82				
Total	39		124.00				

iv) Interpretación:

En vista de que algunas interacciones, entre ellas NP y PS son significativas, la interpretación se realizará ignorando los efectos principales (N, P, S).

DISEÑO DE PARCELA DIVIDIDA

Víctor Quiroga G.

EJEMPLO 18.

Parcelas divididas en bloques completamente al azar, un arreglo factorial de tratamientos con: 3 dosis de Nitrógeno para 2 alturas de plantas. i:e: 6 tratamientos.

Cuadro 1. Experimento tabulado.

	I		II		III	
	A_1	A_2	A_1	A_2	A_1	A_2
N_1	$N_1A_1 = 3$	$N_1A_2 = 1$	$N_1A_1 = 4$	$N_1A_2 = 2$	$N_1A_1 = 3$	$N_1A_2 = 1$
N_2	$N_2A_1 = 5$	$N_2A_2 = 3$	$N_2A_1 = 5$	$N_2A_2 = 3$	$N_2A_1 = 4$	$N_2A_2 = 1$
N_3	$N_3A_1 = 9$	$N_3A_2 = 6$	$N_3A_1 = 6$	$N_3A_2 = 4$	$N_3A_1 = 9$	$N_3A_2 = 2$
TOTAL		27		24		20

PROCEDIMIENTO:

i) Modelo estadístico:

$$Y_i = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

ii) Prueba de Hipótesis:

a) Hipótesis: $Ho : \mu_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \mu_t$

H_A : Por lo menos existe diferencia entre 2 medias.

b) Criterio de Prueba: " F de Fisher"

$$F_o = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_E^2}\text{, que se comparará con el } F_t$$

c) Cálculo de estimadores: F_0 , s_T^2 , s_E^2

Para la partición de la variación total, se requieren tabulaciones adicionales:

1) Para parcelas grandes:

	I	II	III	Σ
N_1	4	6	4	14
N_2	8	8	5	21
N_3	15	10	11	36
Σ:	27	24	20	71

2) Para parcelas pequeñas:

	A_1	A_2	Σ:
N_1	10	4	14
N_2	14	7	21
N_3	24	12	36
Σ:	48	23	71

Cuadro 2. Análisis de varianza.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F_o	
Para parcelas grandes					
BLOQUES	2	4.11	2.06	1.14	n.s.
NITROGENO = N	2	42.11	21.06	11.64	*
ERROR (a)	4	7.22	1.81		
Parcelas pequeñas					
ALTURA = A	1	34.72	34.72	28.46	*
N x A	2	3.44	1.72	1.41	n.s.
ERROR (b)	6	7.34	1.22		
TOTAL	17	98.94			

$$F.C. = \frac{71^2}{18} = 280.06$$

$$S.C.\ Bloque = \frac{27^2 + 24^2 + 20^2}{6} - FC$$

$$= 284.17 - 280.06 = 4.11$$

$$S.C.\ Nitróg = \frac{14^2 + 21^2 + 36^2}{6} - FC$$

$$= 322.17 - 280.06 = 42.11$$

$$S.C.\ Error(a) = \frac{4^2 + 6^2 + 4^2 + 8^2 + 8^2 + 5^2 + 15^2 + 10^2 + 11^2}{2} - SC.B - SC.N + FC$$

$$= 613.56 - 606.34 = 7.22$$

$$S.C.\ Altura = \frac{48^2 + 23^2}{9} - FC$$

$$= 314.78 - 280.06 = 34.72$$

$$SC.(N \times A) = \frac{10^2 + 4^2 + 14^2 + 7^2 + 24^2 + 12^2}{3} - S.C.N - S.C.A + FC$$

$$= 640.39 - 636.95 = 3.44$$

$$S.C.\ total = 3^2 + 5^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2^2 - FC$$

$$= 379.00 - 280.06 = 98.94$$

S.C.Error(b) = 98.94 − 91.60 = 7.34   Por diferencia

iii) Nivel de significación: $\alpha = 0.05$ generalmente.

$F_{0.05}$ con G.L. de bloques (2) y G.L. de error (a), (4) = 6.94

$F_{0.05}$ con G.L. de altura (1) y G.L. de error (b) , (6) = 5.99

$F_{0.05}$ con G.L. de N x A (2) y G.L. de error (b) , (6) = 5.14

iv) Conclusión:

Se detecta valor significativo al 5% para el efecto de Nitrógeno y el efecto de Altura.

DISEÑO EN LATICES

Víctor Quiroga G.

EJEMPLO 12.

Latice balanceado 4 x 4 por 5 bloques. Aplicable también a latices 5 x 5 x 6 ; 7 x 7 x 9 ; 8 x 8 x 9 y 9 x 9 x 10 bloques.

Cuadro 1. Experimento tabulado.

I								Σ:
1	(1.5)	2	(1.6)	3	(1.5)	4	(1.8)	(6.4)
5	(2.0)	6	(2.0)	7	(2.1)	8	(2.2)	(8.3)
9	(1.8)	10	(1.6)	11	(2.0)	12	(2.1)	(7.5)
13	(2.3)	14	(2.4)	15	(2.5)	16	(2.5)	(9.7)
								31.9

II								Σ:
1	(1.8)	5	(2.1)	9	(1.7)	13	(2.4)	(8.0)
2	(1.9)	6	(2.2)	10	(2.0)	14	(2.5)	(8.6)
3	(1.8)	7	(2.3)	11	(2.0)	15	(2.1)	(8.2)
4	(1.9)	8	(2.4)	12	(2.0)	16	(2.4)	(8.7)
								33.5

III								Σ:
1	(1.1)	6	(2.3)	11	(2.8)	16	(3.3)	(9.5)
5	(2.1)	2	(1.5)	15	(3.2)	12	(2.9)	(9.7)
9	(2.6)	14	(3.1)	3	(2.0)	8	(2.5)	(10.2)
13	(3.0)	10	(2.7)	7	(2.4)	4	(2.2)	(10.3)
								39.7

IV								Σ:
1	(1.5)	14	(1.8)	7	(1.7)	12	(1.6)	(6.6)
13	(2.0)	2	(2.2)	11	(2.0)	8	(2.4)	(8.6)
5	(1.7)	10	(1.6)	3	(1.5)	16	(1.4)	(6.2)
9	(1.9)	6	(2.0)	15	(2.1)	4	(2.5)	(8.5)
								29.2

V								Σ:
1	(2.0)	10	(1.6)	15	(1.9)	8	(2.4)	(7.9)
9	(1.7)	2	(2.3)	7	(1.5)	16	(1.3)	(6.8)
13	(2.2)	6	(1.2)	3	(2.1)	12	(2.1)	(7.6)
5	(1.0)	19	(1.8)	11	(1.1)	4	(1.4)	(5.3)
								27.6

TOTAL = 162.6

METODOLOGIA:

i) Prueba de Hipótesis:

a) Hipótesis: Ho : $\mu_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \mu_i$

H_A : Por lo menos hay diferencia entre 2 medias

b) Criterio de Prueba: " F de Fisher

$$F_o = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_E^2}$$

c) Cálculo de estimadores: F_o , s_T^2 , s_E^2 .

Cuadro 2. Totales de tratamientos y factores de ajuste.

	T	B	W = 4T - 5B + G
1	7.9	38.4	2.20
2	9.5	40.1	0.10
3	8.9	38.6	5.20
4	9.8	39.2	5.80
5	8.9	37.5	10.70
6	9.7	42.5	-11.10
7	10.0	40.2	1.60
8	11.9	43.7	- 8.30
9	9.7	41.0	- 3.60
10	9.5	40.5	- 1.90
11	9.9	39.1	6.70
12	10.7	40.1	4.90
13	11.9	44.2	-10.80
14	11.6	40.4	7.00
15	11.8	44.0	-10.20
16	10.9	40.9	1.70
	G =162.60	650.70	0.00

Cuadro 3. Análisis de varianza.

F.V.	G.L.	S.C.	C.M.	F_o
REPLICAS	4	5.25	1.31	13.10
TRATAMIENTO	15	4.30	0.29	2.90 *
BLOQUE (AJUSTADO)	15	3.82	0.25	2.50
ERROR (INTRA BLOQUES)	45	4.61	0.10	
TOTAL	79	17.98		

$$F.C. = \frac{162.6^2}{80} = 330.48$$

$$S.C.\ \text{Réplicas} = \frac{31.9^2 + 33.5^2 + 39.7^2 + 29.9^2 + 27.6^2}{16} - FC$$

$$= 335.73 - 330.48 = 5.25$$

$$S.C.\ \text{Tratam.} = \frac{7.9^2 + 7.5^2 + \ldots\ldots\ldots + 11.8^2 + 10.9^2}{5} - FC$$

$$= 334.78 - 330.48 = 4.30$$

$$SC.\ BLOQ.\ AJ. = \frac{2.2^2 + 0.1^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 1.7^2}{K^3\ (K+1)} \quad ; \text{ donde } K = 4$$

$$= \frac{732.72}{192} = 3.82$$

$$S.C.\ total = 1.5^2 + 1.6^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 1.1^2 + 1.4^2 - FC$$

$$= 348.46 - 330.48 = 17.98$$

$$S.C.\ error = 17.98 - 13.37 = 4.61 \qquad \text{(Por diferencia)}$$

iii) Nivel de significación: $\alpha = 0.05$ generalmente.

$F_{0.05}$ con G.L. de tratamientos (15) y G.L. del error (45) = 1.92

iv) Conclusión:

Se detecta diferencia significativa para tratamientos al 5% por lo tanto rechazamos la Ho.

FECHA DE DEVOLUCION
